УДК 519.876.5

І.І. Скрильник
Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ n-МІРНИХ ПАТТЕРНІВ ДО ОПТИМІЗАЦІЇ ПОРТФЕЛЯ ЦІННИХ ПАПЕРІВ

Розглядається проблема застосування теорії n-мірних паттернів до оптимізації портфеля цінних паперів у випадку декількох інвесторів. Побудовані n-мірні паттерни дають уяву про варіанти розподілу капіталовкладень та можливість знаходження оптимального розв'язку. Побудова паттерна здійснюється на основі пофарбування відповідної графової моделі.

Рассматривается проблема использования теории n-мерных паттернов в оптимизации портфеля ценных бумаг в случае нескольких инвесторов. Построенные n-мерные паттерны дают представление о вариантах распределения капиталовложений и возможность нахождения оптимального решения. Построение паттерна осуществляется на основе раскраски соответствующей графовой модели.

The article is devoted to the problem of utilization of the theory of n-dimensional patterns to resolve the problem of optimization of capital repartition for several stakeholders. The obtained patterns provide information about possible variants of the capital repartition and indicate the optimal solution. The design of n-dimensional pattern is based on the adequate graph colouring problem solution.

Ключові слова: n-мірний паттерн, графова модель, частка капіталу, ризик, ефективність цінних паперів, коваріація, математичне сподівання.

Вступ. Досліджуючи ряд задач, виявлено, що їх можна розв'язувати за певними шаблонами, так званими паттернами. Це дозволяє розробникам стандартизувати розв'язання багатьох класів практичних задач.

Основоположником теорії паттернів вважається Ульф Гренадер, який намагався побудувати теорію логічних шаблонів для моделювання образів. Теорія паттернів ефективно використовується в психології, мінералогії, біохімії, органічній хімії, командному розробленні комп'ютерних додатків, об'єктно-орієнтованому програмуванні [1]. Теорію паттернів можна також застосувати до розв'язання економічних задач, наприклад, управління портфелем цінних паперів, задач логістики, планування та ін.

© *І.І. Скрильник, 2011*

Для розв'язання таких класів задач дослідниками використовувалися різні методи оптимізації. Фундаментальні результати у цьому напрямку належать Д. Конолі, Д. Абрамсону, М. Рандалу [2; 3]. Але такі підходи не завжди дають уяву про множину розв'язків. Тому виникла потреба створювати моделі шаблонів, які б були універсальними структурами і охоплювали усі варіанти розв'язків задачі, а також несли інформацію про зв'язки між об'єктами.

У статті розглянута задача формування оптимального портфеля цінних паперів у випадку наявності декількох інвесторів. Дана задача розв'язана за допомогою побудови відповідного паттерна на основі пофарбування його еквівалентної теоретико-графової моделі та композиційної операції між вектором оптимального розв'язку $x^*_{опт}$ та вектором кольорів E, тобто $\Re(E) = x^*_{опт} \circ E$.

Постановка задачі. На фінансовому ринку обертається значна кількість цінних паперів: державні цінні папери, акції приватних фірм, векселі тощо. Такі цінні папери мають різний ступінь ризику й ефективність. Папери із меншим ступенем ризику, як правило, приносять низький прибуток. Високоприбуткові папери є більш ризикованими.

Розглянемо оптимізацію капіталовкладень у цінні папери за наявності n рівноправних інвесторів. У цьому випадку кожний учасник має свій власний капітал $XW_1, XW_2, \ldots, XW_n$, який вони хочуть розподілити певним чином для формування індивідуальних портфелів та спільного портфеля цінних паперів. Нехай на ринку цінних паперів обертається також q видів паперів, що мають ефективності $E_1, E_2, \ldots, E_q$. Кожний з учасників може сформувати свій власний портфель незалежно від інших. Задача полягає у зниженні значення максимального ризику інвесторів.

Метод розв'язування. Це можна зробити завдяки формуванню спільного портфеля шляхом об'єднання часток їх капіталів [4]. Оптимізація спільного портфеля відбувається за рахунок спільних коштів, вона передбачає купівлю та розподіл цінних паперів між учасниками. Хоча формально існує $n+1$ портфель, у реальності придбані папери зберігаються у n учасників, тобто реально існує n портфелів. Ризик спільного портфеля обчислюється за формулами:

$$\sigma_{\Sigma} = \frac{\bar{\sigma}_p}{\sqrt{q}};$$

(1)

$$\bar{\sigma}_p = max\, \sigma_{pj};\ j = 1 \ldots n,$$

(2)

де σ_{Σ} – ризик спільного портфеля, тобто ризик для кожного з учасників; $\bar{\sigma}_p$ – максимальний ризик портфелів учасників; σ_{pj} – значення ризику для j-го портфеля. У даному випадку склад початкового портфеля не накладає ризик на всі інші портфелі, оскільки формування спільного портфеля оптимізує індивідуальні портфелі учасників.

З'ясуємо, яким чином відбувається оптимізація портфелів кожного з учасників. Нехай кожний із учасників виділяє певну частку свого капіталу для формування спільного портфеля, тоді капітал кожного з інвесторів буде дорівнювати

$$XW_i = w_{vpi} + W_i;\ 1 \le i \le n,$$

(3)

де w_{vpi} – частка капіталу і-го інвестора, котру він планує вкласти до спільного портфеля; W_i – капітал, що і-ий інвестор планує вкласти у власний портфель, який буде для кожного учасника розподілений по-різному

$$W_i = \sum_{k=1}^{q} w_{i,k}\ ,$$

(4)

де q – загальна кількість цінність паперів, що обертаються на ринку цінних паперів.

Капітал, виділений кожним учасником для формування спільного портфеля, у цьому разі дорівнює

$$\sum_{i=1}^{n} w_{vpi} = W_{max}\ .$$

(5)

Графова модель $G(x,w)$, котра відображає такий розподіл капіталу між учасниками, матиме вигляд, зображений на рис. 1.

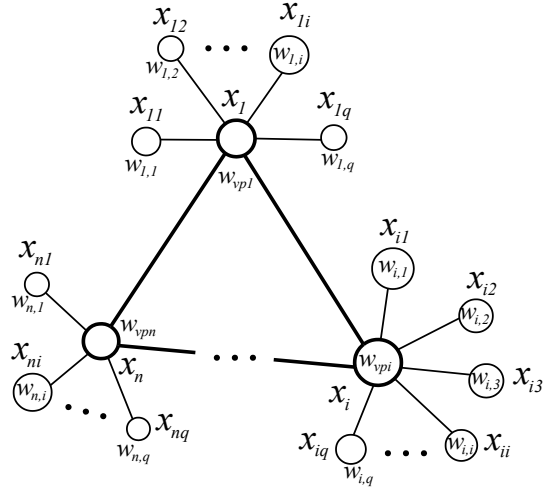


Рис. 1. Графова модель $G(x,w)$ формування спільного портфеля

Таким чином, задача формування спільного портфеля відповідає моделі (6) – (9), (1).

$$V_p = \sum_{i=1}^{N} w_i \cdot x_{i,j} \cdot V_{ij} \cdot \left(w_i \cdot x_{i,j}\right)^T \to min; \tag{6}$$

$$\sum_{j=1}^{q} \sum_{i=1}^{N} x_{i,j} \cdot w_i = W_{max}; 0 \le w_i \le W_{max}; \tag{7}$$

$$\sum_{j=1}^{q} \sum_{i=1}^{N} m_i \cdot x_{i,j} \cdot w_i = m_p; \tag{8}$$

$$x_{i,j} + x_{k,j} \le 1; x_{i,j} \in \{0,1\}; x_{k,j} \in \{0,1\}; \\ 1 \le (i,k) \le N; 1 \le j \le q. \tag{9}$$

Тут V_p є дисперсією портфеля, що визначає в кінцевому випадку його ризик; $x_{i,j} \in \{0,1\}$ є бінарною змінною (вершина графа), значення якої дорівнює 1, якщо $x_{i,j}$ пофарбована у колір E_j та 0 в іншому разі; w_i – це вага вершини в графі (частка капіталу); W_{max} – загальний капітал; m_i – відоме математичне очікування ефективності; m_p – бажане математичне очікування ефективності портфеля, що задається інвестором. Коваріаційна матриця V_{ij} обчислюється за формулою:

$$V_{ij} = cov\left(E_i E_j\right). \tag{10}$$

Щоб мати уяву про варіанти розподілу капіталовкладень між учасниками спільного портфеля та визначити оптимальний варіант, побудуємо n-мірний паттерн. Проблема побудови паттерна висвітлювалася раніше [5; 6], зокрема при розробленні алгоритмів побудови паттернів із накладеними обмеженнями. Автором дано визначення n-мірного паттерна для розв'язування цілого класу задач дискретної оптимізації.

Означення 1. n-мірний паттерн Π – це структура виду $\Pi\left(\Lambda, K, F, \Phi\right)$, де $\Lambda = \left(\lambda_{1,1}, \lambda_{1,2}, ..., \lambda_{n,n}\right)$ – масив $n \times n$ елементів (об'єктів); $K = \left\{K_1, K_2, ..., K_r\right\}$ – множина типів (властивостей); F – сюр'єктивне відображення $F : \Lambda \to K$, яке розбиває множину елементів Λ на n класів за даними типами; $\Phi = \left\{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, ..., \Phi_m\right\}$ – множина ін'єктивних відображень $\Phi_j : K \to \Lambda_j$, $j = \overline{1,m}$, $\Lambda_j \subset \Lambda$, що $\bigcup_{j=1}^{m} \Phi_j : K \to \Lambda$ і виконуються умови:

1. $Im\Phi_j = \bigcup_{i=1}^{r} \Phi_j\left(K_i\right),\ j = \overline{1,m}$;
2. $\forall j, j^{'}, j \neq j^{'} / Im\Phi_j \neq Im\Phi_{j^{'}}$.

Означення 2. n-мірний паттерн $\Pi(\Lambda, K, F, \Phi)$ називається гомогенним, якщо $\forall j, j^{'}, j \neq j^{'} / Im\Phi_j \bigcap Im\Phi_{j^{'}} = \varnothing$.

Означення 3. n-мірний паттерн називається гетерогенним, якщо $\exists\ j, j^{'}, j \neq j^{'} /\ Im\Phi_j \bigcap Im\Phi_{j^{'}} \neq \varnothing$.

Щоб побудувати паттерн, необхідно і достатньо:

1. Визначити $F : \Lambda \to K$ (умова необхідності).
2. Задати набір ін'єктивних відображень (функцій) $\Phi = \{\Phi_j\}$, де $\bigcup_{j=1}^{m} \Phi_j : K \to \Lambda$ (умова достатності).

Отже, для побудови паттерна потрібно розробити математичну модель, в якій розв'язуються дві проблеми:

1. Пофарбування зв'язаного графа $G = (V, E)$ з заданою кількістю вершин $V = n^2$, (з урахуванням або не врахуванням обмежень на пофарбування). У результаті отримаємо оптимальний розв'язок $x^*_{опт}$;
2. Визначення Φ за допомогою композиційної операції $x^*_{опт} \circ C = \Re(C)$, де $\Re(C)$ – пофарбування графа, задане матрицею, C – набір кольорів.

Для розв'язання поставленої задачі потрібно пофарбувати граф $G(x, w)$ у кольори з множини E та визначити матрицю $\Re(E) = x^*_{опт} \circ E$. Математична модель описується (6 – 9), (1). При цьому умова перевірки правильності побудови паттерна у випадку формування спільного портфеля набуває вигляду

$$\sum_{j=1}^{n} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot V_{ij} \cdot w_j} \leq \sigma_{\Sigma}. \qquad (11)$$

Задачу пофарбування зв'язаних графів (1, 6 – 9) можна розв'язати за допомогою методів оптимізації, а також вона ефективно розв'язується при застосуванні генетичного алгоритму [7 – 11].

Приклад розв'язування. Нехай на ринку обертається 5 видів цінних паперів q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, що мають за чотири періоди випадкову ефективність E_1, E_2, E_3, E_4, E_5 (табл. 1). Три інвестори сформували власні портфелі цінних паперів незалежно один від одного. Так портфель першого інвестора складають цінні папери 1-го, 3-го, 4-го видів, другого – 2-го, 3-го, 5-го видів, а третього – 1-го, 3-го, 4-го, 5-го видів.

Для формування спільного портфеля кожний із учасників може виділити певну частку від власного капіталу: перший – не більше 0,2, другий – не більше 0,2, третій – не більше 0,1. На спільні кошти передбачено купівлю та розподіл цінних паперів між учасниками, але таких паперів, що вже складають їх власні портфелі.

Побудувати паттерн, перевірити правильність його побудови. Визначити найменший ризик спільного портфеля та частки капіталу, які виділить кожний інвестор на придбання певних видів паперів для його формування при такому ризику.

Таблиця 1

Таблиця ефективності цінних паперів за чотири періоди

Види паперів	Випадкова ефективність	1 період	2 період	3 період	4 період	Середнє значення ефективності	Відхилення від середнього значення
q_1	E_1	1,10	1,30	0,90	1,20	1,13	0,125
q_2	E_2	0,78	0,94	1,10	1,30	1,03	0,170
q_3	E_3	0,96	0,89	1,12	1,30	1,07	0,1425
q_4	E_4	0,86	0,83	1,12	1,15	0,99	0,145
q_5	E_5	1,20	1,30	1,60	1,40	1,38	0,125

Отже, розподіл капіталу між учасниками можна представити у вигляді графової моделі $G(x,w)$. Спільний портфель, сформований трьома інвесторами, є графом K_3, причому $K_3 \subset G(x,w)$. Визначимо найменший ризик спільного портфеля для кожного з учасників. Моделлю

власних портфелів кожного з учасників є підграфи графа $G(x,w)$, тобто $G_1' \subset G(x,w)$, $G_2' \subset G(x,w)$, $G_3' \subset G(x,w)$. Вони являють собою структури у вигляді зірок, що знаходяться в кожній вершині графа K_3. Для першого інвестора – це підграф G_1', що складається з трьох вершин, з відповідними видами цінних паперів q_1, q_3, q_4 (табл. 2).

Таблиця 2

Таблиця ефективності цінних паперів першого інвестора

Види паперів	Випадкова ефективність	1 період	2 період	3 період	4 період	Середнє значення ефективності	Відхилення від середнього значення
q_1	E_1	1,10	1,30	0,90	1,20	1,13	0,125
q_3	E_3	0,96	0,89	1,12	1,30	1,07	0,1425
q_4	E_4	0,86	0,83	1,12	1,15	0,99	0,145

Коваріаційна матриця для портфеля цінних паперів першого інвестора наведена в таблиці 3.

Таблиця 3

Коваріаційна матриця цінних паперів першого інвестора

V_{ij}	E_1	E_3	E_4
E_1	0,021875	– 0,00569	– 0,0105
E_3	– 0,00569	0,024969	0,0216
E_4	– 0,0105	0,0216	0,02125

Для другого інвестора – це підграф G_2', що складається з трьох вершин, з відповідними видами цінних паперів q_2, q_3, q_5 (табл. 4).

Таблиця 4

Таблиця ефективності цінних паперів другого інвестора

Види паперів	Випадкова ефективність	1 період	2 період	3 період	4 період	Середнє значення ефективності	Відхилення від середнього значення
q_2	E_2	0,78	0,94	1,10	1,30	1,03	0,17
q_3	E_3	0,96	0,89	1,12	1,30	1,07	0,1425
q_5	E_5	1,20	1,30	1,60	1,40	1,38	0,125

Коваріаційна матриця цінних паперів обчислена за допомогою (10) і наведена в таблиці 5.

Таблиця 5

Коваріаційна матриця цінних паперів другого інвестора

V_{ij}	E_2	E_3	E_5
E_2	0,0371	0,027325	0,01825
E_3	0,027325	0,024969	0,012438
E_5	0,01825	0,012438	0,021875

Для третього інвестора – це підграф $G_3^{'}$, що складається з чотирьох вершин, з відповідними видами цінних паперів q_1, q_3, q_4, q_5 (табл. 6).

Таблиця 6

Таблиця ефективності цінних паперів третього інвестора

Види паперів	Випадкова ефективність	1 період	2 період	3 період	4 період	Середнє значення ефективності	Відхилення від середнього значення
q_1	E_1	1,10	1,30	0,90	1,20	1,13	0,125

q_3	E_3	0,96	0,89	1,12	1,30	1,07	0,1425
q_4	E_4	0,86	0,83	1,12	1,15	0,99	0,145
q_5	E_5	1,20	1,30	1,60	140	1,38	0,125

Коваріаційна матриця для третього портфеля наведена в таблиці 7.

Таблиця 7

Коваріаційна матриця цінних паперів третього інвестора

V_{ij}	E_1	E_3	E_4	E_5
E_1	0,021875	– 0,00569	– 0,0105	– 0,01438
E_3	– 0,00569	0,024969	0,0216	0,012438
E_4	– 0,0105	0,0216	0,02125	0,017
E_5	– 0,01438	0,012438	0,017	0,021875

Оскільки перший інвестор вклав свої кошти у 3 види цінних паперів, то пофарбування графової структури, що відповідає його портфелю визнається вектором $x_1^* = (100\ 010\ 001)$. Пофарбування графової структури, що відповідає другому портфелю – вектором $x_2^* = (100\ 010\ 001)$, графової структури, що відповідає третьому портфелю – вектором $x_3^* = (1000\ 0100\ 0010\ 0001)$.

Визначимо частки капіталу, вкладені в кожний вид цінних паперів кожним із трьох інвесторів відповідно їх власних портфелів. Для цього використаємо рівняння (6), (7), (9). У результаті маємо, що перший учасник повинен вкласти капітал у цінні папери власного портфеля в таких частках: $w_1 = 0,3442$, $w_2 = 0,3016$, $w_3 = 0,3542$. При цьому коваріація портфеля першого інвестора дорівнює $V_1 = 0,0075$, а ризик дорівнює $\sigma_1 = 0,0868$. Другий учасник повинен вкласти капітал у цінні папери власного портфеля в таких частках: $w_1 = 0,2391$, $w_2 = 0,3553$, $w_3 = 0,4056$. Коваріація портфеля другого інвестора дорівнює $V_2 = 0,0089$, а ризик дорівнює $\sigma_2 = 0,0942$. Третій учасник – в частках

$w_1 = 0,2561$, $w_2 = 0,2242$, $w_3 = 0,2635$, $w_4 = 0,2563$. Коваріація портфеля третього інвестора дорівнює $V_3 = 0,0056$, а ризик дорівнює $\sigma_3 = 0,0748$.

Відповідно до цього розв'язку визначаємо ризик спільного портфеля цінних паперів $\sigma_\Sigma = \frac{max(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)}{\sqrt{5}} = 0,0421$, коваріація спільного портфеля дорівнює $V_\Sigma = \sigma_\Sigma^2 = 0,0018$.

Знаючи найменший ризик спільного портфеля, потрібно визначити який цінний папір із 5-и видів буде придбаний кожним учасником для формування спільного портфеля (при цьому враховується склад кожного власного портфеля) і яку частку свого капіталу вони для цього виділять. Граф K_3 потрібно пофарбувати у кольори з множини фарб $\{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5\}$.

Оскільки спільний портфель формується з п'яти видів цінних паперів, то коваріаційна матриця, обчислена за допомогою (10), має наступний вид (табл. 8).

Таблиця 8

Коваріаційна матриця цінних паперів для спільного портфеля

V_{ij}	E_1	E_2	E_3	E_4	E_5
E_1	0,021875	– 0,00125	– 0,00569	– 0,0105	–0,01438
E_2	– 0,00125	0,0371	0,027325	0,0248	0,01825
E_3	– 0,00569	0,027325	0,024969	0,0216	0,012438
E_4	– 0,0105	0,0248	0,0216	0,02125	0,017
E_5	– 0,01438	0,01825	0,012438	0,017	0,021875

Тоді задача знаходження оптимального портфеля полягає у пофарбуванні графа K_3 у кольори з множини фарб $\{E_1, E_2, E_3, E_4, E_5\}$ так, щоб $V_p = V_\Sigma$. Мовою 0-1 програмування задача побудови гетерогенного паттерна формулюється таким чином:

$$V_p = \sum_{i=1}^{N} w_i \cdot x_{i,j} \cdot V_{ij} \cdot \left(w_i \cdot x_{i,j}\right)^T = V_\Sigma; \quad (12)$$

$$x_{i,j} + x_{k,j} \le 1; x_{i,j} \in \{0,1\}; x_{k,j} \in \{0,1\}; \quad 1 \le (i,k) \le N; 1 \le j \le q. \quad (13)$$

$$x_{1,4} = 0;\ x_{1,5} = 0;\ x_{2,2} = 0;\ x_{2,4} = 0;\ x_{3,5} = 0. \quad (14)$$

Отриманий розв'язок задачі за допомогою рівнянь (12), (13), (14) дорівнює $x^*_{опт} = (00010\ 00001\ 00100)$, тобто, при найменшому ризику спільного портфеля перший учасник вкладе свою частку капіталу у 4-ий вид цінних паперів, другий – у 5-й, а третій – у 3-й. Маємо перший варіант формування спільного портфеля $(4\ 5\ 3)$. Відповідно на закупівлю цих паперів будуть виділені такі частки капіталів кожного інвестора: $w_1 = 0{,}0929$, $w_2 = 0{,}2545$, $w_3 = 0{,}0835$.

Розглянемо другий варіант формування спільного портфеля $(3\ 5\ 4)$. У цьому разі $x^*_{опт} = (00100\ 00001\ 00010)$, тобто перший учасник придбає для спільного портфеля 3-й вид цінних паперів, другий – 5-й вид, а третій – 4-й вид. Визначимо частки капіталів інвесторів, вкладених у цінні папери за допомогою рівнянь (6), (7), (9). Отримуємо розв'язок: $w_1 = 0{,}1832$, $w_2 = 0{,}1504$, $w_3 = 0{,}1442$.

І нарешті, маємо третій варіант формування спільного портфеля $(4\ 3\ 5)$. У цьому разі $x^*_{опт} = (00010\ 00100\ 00001)$, тобто перший учасник придбає для спільного портфеля 4-й вид, другий – 3-й вид, а третій – 5-й вид цінних паперів. Визначимо частки капіталів інвесторів, вкладених у цінні папери, за допомогою рівнянь (6), (7), (9). Отримуємо розв'язок: $w_1 = 0{,}1442$, $w_2 = 0{,}1832$, $w_3 = 0{,}1504$. У результаті побудовано паттерн

$$П = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 3 & 5 & 4 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Отриманий гетерогенний паттерн можна представити у вигляді таблиці (табл. 9).

На основі даної таблиці та відомостей про частки капіталу кожного із учасників, вкладених у спільний портфель, маємо таблицю 10.

Таблиця 9

Варіанти спільного портфеля

Учасники	Перший	Другий	Третій	Ризик
Варіант 1	4	5	3	0,042
Варіант 2	3	5	4	0,042
Варіант 3	4	3	5	0,042

Таблиця 10

Розподіл капіталовкладень

Учасники	Перший	Другий	Третій
Варіант 1	0,09	0,25	0,08
Варіант 2	0,18	0,15	0,14
Варіант 3	0,14	0,18	0,15

Оскільки для формування спільного портфеля перший учасник може виділити не більше 0,2 частки від власного капіталу, другий – не більше 0,2, третій – не більше 0,1, то другий варіант розподілу капіталовкладень є найбільш прийнятним.

Аналіз одержаних результатів. Перевіримо правильність побудови гетерогенного партерна $П$ у випадку такого формування спільного портфеля, виходячи з умови (11). Оскільки спільний портфель сформований з паперів виду q_3, q_5, q_4, що мають відповідно ефективність E_3, E_5, E_4, а значить коваріаційна матриця цінних паперів, обчислена за допомогою (10), матиме вид (табл. 11).

Таблиця 11

Коваріаційна матриця цінних паперів спільного портфеля

V_{ij}	E_3	E_5	E_4
E_3	0,025	0,012	0,022
E_5	0,012	0,022	0,017

E_4	0,022	0,017	0,021

Обчислення за формулою (11) представлені у таблиці 12. Сума ризиків портфелів інвесторів дорівнює $\sum_{j=1}^{n}\sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot V_{ij} \cdot w_j} = 0{,}0379$. Оскільки ризик спільного портфеля дорівнює $\sigma_{\Sigma} = 0{,}0421$, то умова (11) виконується, а значить гетерогенний паттерн побудовано правильно. Дана задача має три варіанти розв'язку. Оптимальним є другий варіант.

Таблиця 12

Перевірка побудови гетерогенного паттерна

$w_i \cdot V_{ij} \cdot w_j$	w_3	w_5	w_4	$\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot V_{ij} \cdot w_j$	$\sqrt{\sum_{i=1}^{n} w_i \cdot V_{ij} \cdot w_j}$
w_3	$2{,}7E^{-5}$	$4{,}5E^{-5}$	$4{,}2E^{-5}$	0,000114	0,0106964
w_5	$4{,}5E^{-5}$	$7{,}62E^{-5}$	$7{,}05E^{-5}$	0,000192	0,0138605
w_4	$4{,}2E^{-5}$	$7{,}05E^{-5}$	$6{,}51E^{-5}$	0,000178	0,013324

На рис. 2 зображено графову модель сформованого оптимального портфеля, що відповідає другому варіанту розв'язку побудованого гетерогенного паттерна.

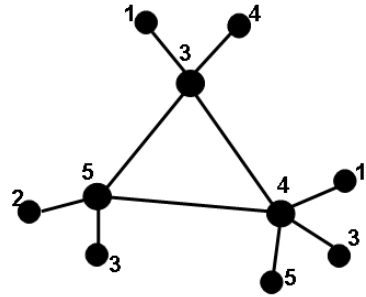


Рис. 2. Графова модель сформованого спільного портфеля

Слід відмітити, що графова структура, наведена на рисунку 2, є моделлю n-мірного гетерогенного паттерна Π, який дає уяву про множину розв'язків задачі, а також несе у собі інформацію про зв'язки між об'єктами. Така модель є умовною, так як у ній зв'язки відображують усні чи письмові домовленості між утримувачами часток капіталу $w_1, w_2, \ldots, w_5$.

Висновки. Задача формування й оптимізації спільного інвестиційного портфеля цінних паперів розв'язана за допомогою нового підходу з використанням побудови n-мірного паттерна на основі пофарбування відповід-ної теоретико-графової моделі зі зваженими вершинами. Розв'язок задачі пофарбування зваженого n-дольного графа дає такий розподіл цінних паперів між частками капіталу, при якому ризик портфеля є мінімальним.

При вирішенні поставленої задачі в роботі застосовуються: методи 0-1 програмування та квадратичної оптимізації для побудови математичної моделі n-мірного паттерна; евристичний метод пофарбування теоретико-графової моделі; об'єктно-орієнтований метод до програмної реалізації алгоритмів пофарбування графів.

Результати, що характеризують наукову новизну дослідження, полягають у наступному: набули подальшого розвитку математичні моделі побудови n-мірних паттернів; уперше для побудови n-мірних паттернів запропоновано комбінований метод розв'язування задачі оптимізації квадратичної функції з лінійними обмеженнями та метод 0-1 програмування.

Створені комп'ютерні програми «Pattern Designer Toolbox», «Latin Square Designer», «Pattern». Отримані алгоритми можуть бути використані у сферах управління, планування ресурсів, соціології, логістиці, а також при проектуванні систем автоматизованого управління підприємствами, що сприятиме підвищенню ефективності документообігу, ведення бухгалтерського обліку, планування сівозміни у сільському господарстві.

Результати дисертаційної роботи впроваджено в регіональній програмі Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка «Теоретичні основи формування господарського механізму регіонів України» та у навчальному процесі на кафедрі економічної кібернетики при викладанні дисциплін «Теорія графів», «Автоматизовані системи управління», «Економічна кібернетика», «Математичне моделювання».

Автор вважає перспективним застосування розробленого підходу для розв'язання оптимізаційних економічних задач.

Бібліографічні посилання

1. **Гренандер У**. Лекции по теории образов / У. Гренандер; пер. с англ. И. Гуревича. – Т.3: Регулярные структуры. – М., 1983. – 430 с.
2. **Connolly D.** General Purpose Simulated Annealing // The Journal of the Operational Research Society: Mathematical Programming in Honour of Ailsa Land. – 1992. – V. 43, № 5. – P. 495 – 505.
3. **Abramson D.** A Simulated Annealing Code for General Integer Linear Programs / D. Abramson, M. Randall // Annals of Operations Research. – 1999. – V. 86, P. 3 – 24.
4. **Скрильник І.І.** Управління портфелем цінних паперів у випадку декількох інвесторів / І.І. Скрильник // Стратегические вопросы мировой науки — 2009 : V міжнар. наук.-практ. конф., 7-15 лютого 2009 р. : (Математичні методи в економіці): тези доп. – Przemysl: Nauka i studia, 2009. – С. 65–68.
5. **Скрильник І.І.** Алгоритм побудови n-мірних паттернів із накладеними обмеженнями / І.І. Скрильник // Вісник Запорізького національного університету : (Фізико-математичні науки. Біологічні науки) : наукові статті. —2006. – № 1. – С. 110–116.
6. **Скрильник І.І.** Проблема побудови n-мірних паттернів / І.І. Скрильник // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля : наукові статті. – 2009 – Ч. 2, № 1(131). – С. 245–252.
7. **Mertz P.** Genetic algorithms for binary quadratic programming / P. Mertz, B. Freisleben // In Proceedings of the 1999 International Genetic and Evolutionary Computational Conference (GECCO'99), Morgan Kaufmann. – 1999.

8. **Вороновский Г.К.** Генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и проблемы виртуальной реальности / Г.К. Вороновский, К.В. Махотило, С.М. Петрашов, С.А. Сергеев] – Х., 1997. – С. 107–112.
9. **Boros E.** Pseudo-Boolean optimization / E. Boros, P. Hammer // Discrete Applied Mathematics. – 2002. – № 123 (1–3).
10. **Скрильник І.І.** Розв'язання NP-складних задач як пофарбування теоретико-графових моделей за допомогою генетичного алгоритму / І.І. Скрильник // Вісник Тернопільського державного університету : (Фізико-математичні науки) : наукові статті. – 2007. – № 2. – С. 166–176.
11. **Скрильник І.І.** Пофарбування графів за допомогою генетичного алгоритму / І.І. Скрильник // Вісник Тернопільського державного університету : (Математичне моделювання. Математика. Фізика) : наукові статті. – 2010. – № 1. – С. 194–203.

Надійшла до редколегії 22.10.10