УДК 519.246.8

Н.В. Комарова
Кафедра статистики и теории вероятностей ДНУ им. О. Гончара

НЕКОТОРЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ В АНАЛИЗЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Розглядається метод найближчих сусідів для прогнозування часових рядів, що виник у нелінійній динаміці, приводиться порівняльний аналіз його застосування до прогнозу цін на метали та металопродукцію.

Рассматривается метод ближайших соседей для прогнозирования временных рядов, возникший в нелинейной динамике, приводится сравнительный анализ результатов его применения для прогноза цен на металлы и металлопродукцию.

In the article the nearest neighbor method is considered, which appeared within non-linear dynamics and is used for time series forecasting; the results of the method application to metal and steel product prices forecasting are analyzed in comparison with the results of other methods.

Ключевые слова: нелинейная динамика, метод ближайших соседей, прогнозирование, временные ряды.

Вступление. Анализ и прогнозирование временных рядов – важная задача во многих областях исследований. Основными инструментами ее решения являются статистические методы, среди которых наиболее широкое распространение получили методы авторегрессии и скользящего среднего. Однако их применение для прогноза многих временных рядов, описывающих сложные системы, не дает удовлетворительных результатов.

Новый подход предложила нелинейная динамика, изучающая структуру и свойства эволюционных процессов в нелинейных динамических системах.

Постановка задачи. Нестационарные временные ряды встречаются довольно часто. Известно, что классические методы авторегрессии, скользящего среднего и индексов сезонности часто не являются адекватным инструментом их прогнозирования. Поэтому возникает задача поиска метода прогнозирования, который можно было бы использовать

© *Н.В. Комарова, 2011*

для широкого класса нестационарных временных рядов. Решению этой задачи посвящена настоящая работа.

Подход к решению. *Инструменты нелинейной динамики для анализа временных рядов.* В основе подхода нелинейной динамики лежит теорема Такенса о размерности вложения. Она дает возможность «восстанавливать» сложную открытую динамическую систему по нескольким ее существенным показателям, называемым параметрами порядка. Теорема Такенса подводит строгую математическую основу под идеи нелинейной авторегрессии.

Применение этих подходов оказалось результативным к исследованию рядов, описывающих изменение показателей открытых нелинейных систем, в частности, рыночной цены продукции.

Фазовые траектории. Один из основных методов нелинейной динамики состоит в построении и анализе фазовых траекторий временного ряда. Фазовая траектория временного ряда $\{x_i,\ i=1,...,N\}$ – это последовательность точек с координатами $(x_i, x_{i+\tau},..., x_{i+(m-1)\tau})$, $i=1,..., N-(m-1)\tau;\ \ m,\ \tau << N$ в пространстве R^m. При $m \le 3$ можно графически изобразить фазовую траекторию ряда, что удобно для ее анализа.

На рис. 1 и рис. 2 приведены соответственно график ряда значений цен на стальной листовой прокат и фазовая траектория ряда (при $m=2,\ \tau=1$). Резкому росту, а затем падению цены на листовой прокат (рис. 1) соответствует самая большая петля на фазовой траектории (рис. 2), которая отражает поведение цены в период с февраля 2008 г по январь 2009 г – период «разбухания» рынка и последующего падения и кризиса. На фазовой траектории отчетливо видно, что, сделав петлю в кризисный год, значение показателя оказалось близким к значению траектории 2005 г.

Характерные петли появляются на фазовых траекториях цен и на другие виды промышленной продукции и сырья в периоды кризиса. Этот факт иллюстрируется рисунком 4, на котором приведена фазовая траектория мировой цены на нефть в период 1950–2009 гг (годовые значения показателя). Одна петля приходится на годы 1979–1985, включающие период войны между Ираком и Ираном. В последние годы

также наблюдается быстрое изменение цен, что на фазовой траектории отражается в виде части новой петли.

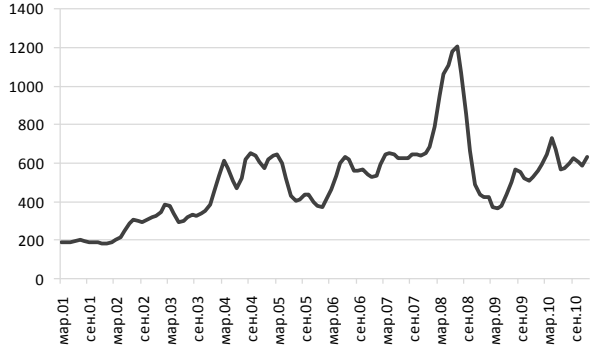


Рис. 1. Динамика цены на г/к рулон, очищенной от инфляции, $/т; источник: Металл-Курьер

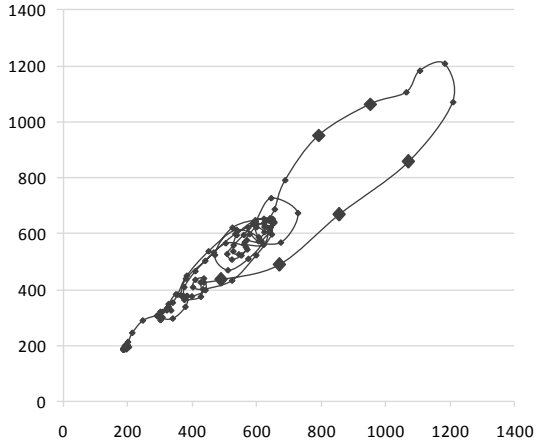


Рис. 2. Фазовая траектория цены на г/к рулон, очищенной от инфляции, $/т

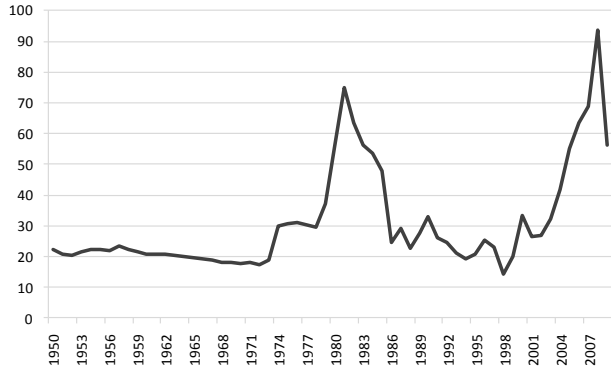


Рис. 3. Динамика цены на нефть, очищенной от инфляции, $/т

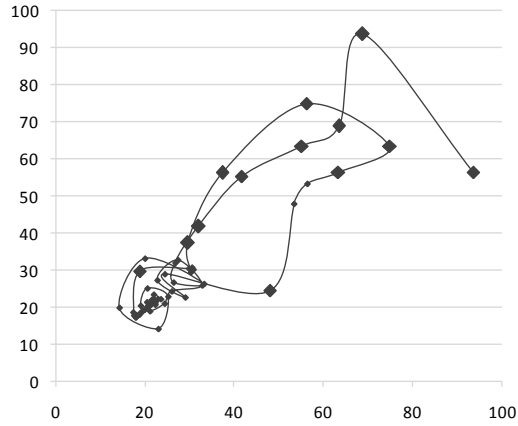


Рис. 4. Фазовая траектория цены на нефть, очищенной от инфляции, 1950-2009 гг, $/т

Русла и джокеры. В фазовом пространстве существуют области, где для описания динамики системы требуется меньшее количество переменных, чем в общем случае или чем для полного описания. Такие области характеризуются детерминированным и «медленным» движением

точки фазового пространства и называются областями русел, а правила функционирования системы в них – руслами. Когда система находится в области русла, возможно, получить достаточно точный прогноз ее динамики на некоторый период. Области же, которые характеризуются хаотическим и «быстрым» движением точки фазового пространства, зачастую управля-емым вероятностными законами, именуются областями джокеров. А правила (обычно вероятностные), по которым функционирует система, попадая в такие области – джокерами [1]. Поведение системы в области джокера отличается сложностью и разнообразием [2]. Поэтому для получения адекватных результатов прогнозирования необходимо выделять области русел и джокеров, однако это довольно непростая задача.

Отметим, что в кризисные периоды развития рынка (например, рис. 2 и рис. 4) скорость движения точки фазового пространства существенно возрастает, т. е. расстояния между точками фазовой траектории за один и тот же промежуток времени резко увеличиваются. На рис. 2 и рис. 4 жирным выделены точки с максимальной скоростью движения. Все они приходятся на периоды кризисов.

Прогнозирование временных рядов. Метод ближайших соседей. Фазовые траектории можно использовать в прогнозировании временных рядов. Самым распространенным методом является метод ближайших соседей. Его простейший вариант – метод одного ближайшего соседа нулевого порядка. Для построения прогноза показателя в момент времени M, $M \le N$, находят точку фазовой траектории, ближайшую к точке фазовой траектории с координатами $(x_{M-1-(m-1)\tau},...,x_{M-1})$. Пусть ближайшей к точке $(x_{M-1-(m-1)\tau},...,x_{M-1})$ является точка $(x_{k-1-(m-1)\tau},...,x_{k-1})$. Следующей за ней точкой на фазовой траектории будет $(x_{k-(m-1)\tau},...,x_k)$. В качестве прогноза x_M значения временного ряда в момент M принимается значение x_k .

В случае использования двух и более ближайших соседей прогноз обычно рассчитывается как среднее или средневзвешенное значение прогнозов по каждому из ближайших соседей. Важно отметить, что оптимальный выбор параметров m и τ, а также количество ближайших соседей – является отдельной задачей. На практике, не худшим вариантом

оказывается подбор этих параметров. При неудачном выборе параметров может возникнуть так называемый эффект ложных ближайших соседей, то есть получение таких точек фазовой траектории, расстояние до которых от $(x_{M-1-(m-1)\tau},...,x_{M-1})$ мало, однако прогноз по ним существенно отличается от реальных значений.

В качестве меры близости между точками в фазовом пространстве чаще всего используют евклидово расстояние. При прогнозировании рыночной цены по методу ближайших соседей с евклидовым расстоянием необходимо очищать цену от инфляции. Это приводит значения цены за весь рассматриваемый период к одному уровню и делает их сравнимыми.

Прогнозирование цен на металлы. Описанный подход прогнозирования временных рядов применен для прогноза цен на различные виды металлов. Прогноз строился на 6 месяцев – июль–декабрь 2010 г. При этом использовался прямой метод ближайших соседей, когда прогноз строится независимо для всех месяцев как среднее соответствующих значений для ближайших соседей. Как было показано в [4], прямой метод является оптимальным по точности и устойчивости прогноза по сравнению с итеративными методами, предполагающими последовательное построение прогноза на один шаг с добавлением результата прогноза к исходным данным.

Наряду с прогнозами, построенными по методу ближайших соседей с использованием евклидового расстояния (БСЕ), приведены прогнозы, построенные по методу авторегрессии и скользящего среднего (АРСС) и методу индексов сезонности (ИС). В случае метода ближайших соседей строились средние значения прогнозов для m=6,…,18 и количества ближайших соседей от 1 до 5.

На рис. 5 приведены исторические значения очищенных от инфляции цен на стальной г/к рулон, алюминий и цинк. Далее по ним строились прогнозы на 6 месяцев (с июля по декабрь 2010 г).

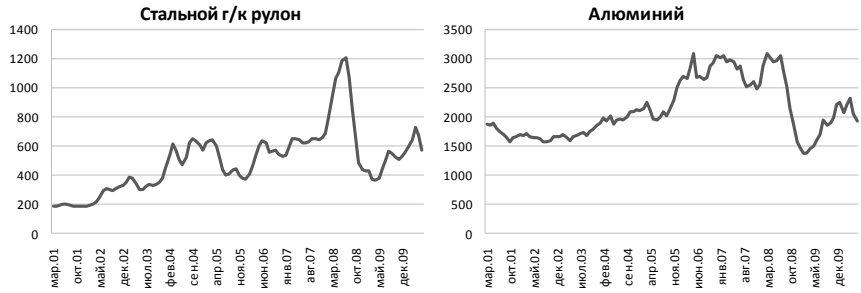


Рис. 5. Динамика цен на различные виды металлов (очищенных от инфляции), март 2001 – июнь 2010, $/т



Рис. 5 – Продолжение. Динамика цен на различные виды металлов (очищенных от инфляции), март 2001 – июнь 2010, $/т

Полученные результаты проиллюстрированы на приведенных ниже графиках.

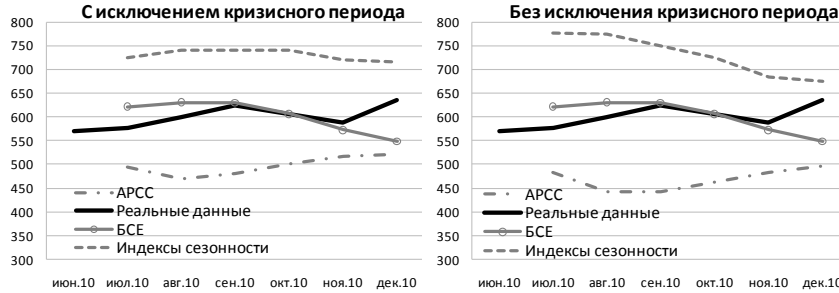


Рис. 6. Результаты прогноза цены на г/к рулон, очищенной от инфляции, на июль-декабрь 2010 г с помощью разных моделей и реальные значения цены

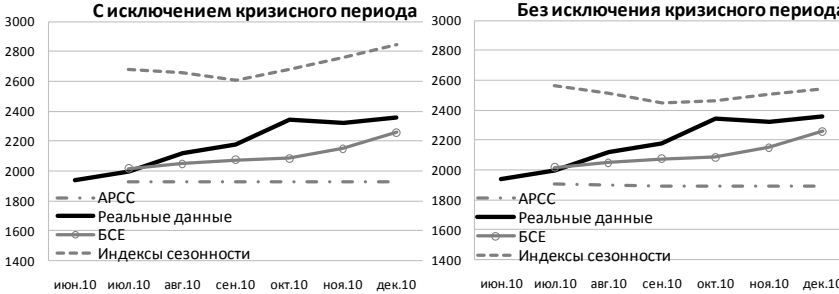


Рис. 7. Результаты прогноза цены на алюминий, очищенной от инфляции, на июль-декабрь 2010 г с помощью разных моделей и реальные значения цены

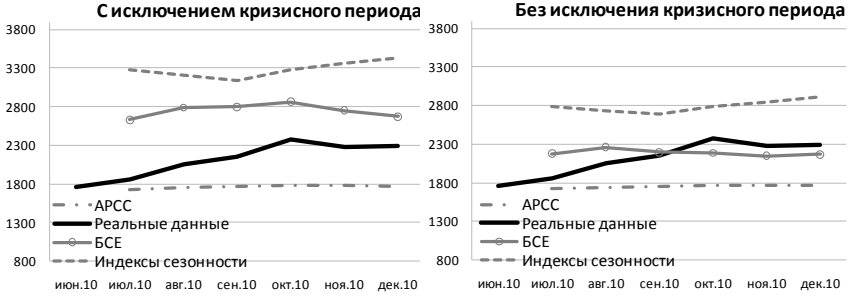


Рис. 8. Результаты прогноза цены на цинк, очищенной от инфляции, на июль-декабрь 2010 г с помощью разных моделей и реальные значения цены

В таблице приведены результаты прогнозирования цен, а именно среднее значение погрешности, рассчитанное как среднее значение относительного отклонения прогноза от реальных данных по всем шести месяцам, и среднее абсолютного значения погрешности – усредненное по шести месяцам абсолютное значение относительного отклонения.

Таблица

Погрешности прогнозов, полученных различными методами

Показатель	**Метод**	**С исключением кризисного периода**		**Без исключения кризисного периода**	
	Вид погрешности	**Δ**	**|Δ|**	**Δ**	**|Δ|**
Цена на г/к рулон	БСЕ	**0%**	**5%**	**0%**	**5%**
	ИС	21%	21%	21%	21%
	АРСС	-18%	18%	-23%	23%
Цена на алюминий	БСЕ	**-5%**	**5%**	**-5%**	**5%**
	ИС	22%	22%	13%	13%
	АРСС	-13%	13%	-14%	14%
Цена на цинк	БСЕ	28%	28%	**2%**	8%
	ИС	52%	52%	30%	30%
	АРСС	-18%	18%	-19%	19%

Δ – среднее значение погрешности

Из таблицы видно, что для прогнозирования цен на стальной рулон, алюминий и цинк (в случае «без исключения кризисного периода») на июль –декабрь 2010 г наилучшие результаты дал метод ближайших соседей.

Выводы. В статье показаны преимущества метода ближайших соседей при прогнозировании нестационарных временных рядов на примерах нестационарных рядов цен на металлы и металлопродукцию.

Библиографические ссылки

1. **Зульпукаров М.-Г.М.** Метод русел и джокеров на примере исследования системы Розенцвейга–Макартура. / М.-Г.М. Зульпукаров, Г.Г. Малинецкий, А.В. Подлазов // Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН (препринт) – 2006. – № 21.
2. **Лоскутов А.Ю.** Временные ряды: анализ и прогноз. / А.Ю. Лоскутов, О.Л. Котляров, Д.И. Журавлев // Математика. Компьютер. Образование. Сб. тр. XI междунар. конф. – Ижевск, 2004. – С. 9-46.
3. **Малинецкий Г.Г.** Современные проблемы нелинейной динамики. / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – М., 2000.
4. **Малинецкий Г.Г.** Русла и джокеры: о новых методах прогноза поведения сложных систем. / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. // ИПМ им. М.В.Келдыша РАН (препринт). – 1998. – № 32.

Надійшла до редколегії 31.05.11