УДК 519.862 doi: 10.15421/321706

В.Б. Говоруха[*], О.К. Ткачова[**]
[*]*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*
***Університет митної справи та фінансів*

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ ПРОГНОЗУВАННЯ В СФЕРІ ЗОВНІШНЬОЕКОНОМІЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

Стаття присвячена дослідженню окремих економіко-математичних методів і моделей для аналізу та прогнозування сезонних коливань в сфері зовнішньоекономічної діяльності (ЗЕД). Здійснено прогноз обсягів експорту товарів за допомогою трендового аналіза, на основі індексу сезонності, адитивної та мультиплікативної моделей, методу Хольта-Вінтерса.

Статья посвящена исследованию отдельных экономико-математических методов и моделей для анализа и прогнозирования сезонных колебаний в сфере внешнеэкономической деятельности (ВЭД). Осуществлен прогноз объемов экспорта продукции с помощью трендового анализа на основе индекса сезонности, аддитивной и мультипликативной моделей, метода Хольта-Винтерса.

The article is devoted to the use of some economic-mathematical methods and models for the analysis and forecasting of seasonal fluctuations of foreign economic activity. The author proposes forecasting of the volume of exports by the method of trend analysis, index of seasonality, additive and multiplicative models, Holt-Winters's method.

Ключові слова: прогнозування, моделювання, ЗЕД, тренд, сезонність, адитивна та мультиплікативна моделі, метод Хольта-Вінтерса.

Вступ. Розвиток зовнішньоекономічної сфери вимагає все більш особливої уваги до проблеми використання сучасних статистичних та економіко-математичних методів і моделей для аналізу та прогнозування часових рядів.

Сезонні коливання притаманні як виробництву і попиту на деякі товари, завантаженості транспорту, будівництву, так і процесам розвитку ЗЕД, а саме, експорту та імпорту окремих груп товарів та послуг протягом певного періоду часу. Сезонність виникає, як правило, під дією кліматичних, соціальних та інших причин. Виявлення та аналіз сезонних коливань значною мірою підвищує ефективність процесів прогнозування і планування сезонних показників, які впливають на регулювання ЗЕД. Проблема розвитку ЗЕД розкривається у працях таких науковців: Ж. Зосимової, А. Кредисова, О. Вівчара, О. Гребельника, Л. Наумової, І. Бережнюка, П. Пашко, Л. Івашової, О. Дробишевої та інших. Використання в практиці господарювання економіко-математичних методів та моделей прогнозування розглядається в дослідженнях таких вітчизняних учених: В. Вітлінського, В. Геєця, Б. Грабовецького, А.Данильченка, І. Іванова, Л. Канторовича, О. Карагодової, В. Касьяненка, В. Науменка, О.Черняка та інших.

© *Говоруха В.Б., Ткачова О.К., 2017*

Постановка завдання. Метою статті є дослідження використання окремих математичних методів і моделей для аналізу та прогнозування сезонних коливань в сфері ЗЕД.

Метод розв'язання. Для прогнозування економічних показіників існує ряд класичних методів, що базуються на апараті математичної статистики, серед яких виділяють методи аналізу та моделювання рядів динаміки, економетричні методи. Так звані екстраполяційні методи можна застосувати для аналізу і прогнозування процесів ЗЕД. Залежно від особливостей зміни рівнів у рядах динаміки методи екстраполяції можуть бути простими (екстраполяція на основі аналітичних показників рядів динаміки, екстраполяція плинної середньої, екстраполяція на основі індексу сезонності) і складними (екстраполяція трендів, прогнозування на основі експоненціального згладжування) [2].

Формуючи прогнози за допомогою екстраполяції, як правило, виходять зі статистично створених тенденцій зміни тих чи інших кількісних характеристик об'єкта прогнозування. За допомогою цих методів екстраполюються кількісні параметри великих систем, кількісні характеристики економічного, наукового, виробничого потенціалу, дані про результативність науково-технічного прогресу, характеристики співвідношення окремих підсистем, елементів у системі, показників складних систем тощо [4].

На динаміку зовнішньоторгівельного обороту істотно впливають сезонні коливання експортно-імпортних поставок. На практиці досить складними виявляються ідентифікація та прогнозування сезонних складових динаміки експортних показників.

Алгоритм прогнозування експортно-імпортних операцій зазвичай зводиться до побудови тренд-сезонних моделей з математичним описом основної тенденції змін та кількісного виміру «сезонної хвилі». Для вивчення сезонності широке застосування знаходять статистичні методи, що дозволяють виміряти інтенсивність сезонних коливань річного циклу за кілька років за допомогою спеціальних показників – індексів сезонності; встановити конфігурацію сезонної хвилі і спрогнозувати можливі зміни на майбутнє з урахуванням сезонності. Індекси сезонності дають змогу розподіляти обсяги експорту (імпорту), прогнозовані на наступний рік за сезонами всередині року [3]. Однак, при такому підході не враховується вплив присутніх сезонних та випадкових коливань, наслідком чого є невисока точність моделювання та достовірність прогнозів.

Головна задача дослідження окремого часового ряду – виявлення і надання кількісного вираження кожній із указаних компонент для того, щоб використати одержану інформацію для прогнозування майбутніх значень ряду. Важливо правильно підібрати математичну функцію, через яку здійснюватиметься аналітичне вирівнювання в аналізованому ряду динаміки. Це найбільш складний і відповідальний етап вивчення сезонних коливань. Від обгрунтованості підбору тієї чи іншої математичної функції багато в чому залежить практична значимість отриманих в аналізі індексів сезонності. Ефективність прогнозування сезонних процесів можлива лише за викори-

стання спеціального класу методів та моделей (адитивних та мультиплікативних).

Модель з адитивною компонентою – це модель, у якій часовий ряд подається як сума трендової $f(t)$, сезонної (S_t), випадкової (E_t) та циклічної (C_t) компонент (t – параметр часу, $t = 1, 2, ..., n$). Сезонний компонент – це періодична функція, що залежить від часу, причому його період значно менший за кількість спостережень. Циклічний компонент розглядається, в основному, як гладка зміна, що залежить від часу, проте не включається ані до тренду, ані до сезонного компонента. Випадковий компонент – те, що залишилось від часового ряду після виключення тренду, циклічного та сезонного компонентів. Частина таких ефектів може бути віднесена до непередбачених природних катаклізмів (землетруси, пожежі тощо), частина – до випадкових дій людей.

Алгоритм побудови адитивної моделі складається з таких кроків:

1. Вирівнювання початкового ряду методом ковзної середньої.

2. Розрахунок значень сезонної компоненти (S_t).

3. Розрахунок десезоналізованого обсягу (віднімання відповідних значень сезонних компонент від рівнів заданого часового ряду):

$$T_t = y_t - S_t. \quad (1)$$

Знаходження оцінок сезонної компоненти в цій моделі будується на використанні середньої плинної. На основі знайдених значень сезонних компонент розраховують сезонні оцінки. Для адитивної моделі повина виконуватись вимога, що сума оцінок сезонних коливань дорівнює нулю.

4. Розрахунок прогнозних значень ряду за моделлю:

$$y_t^{np}(адит.) = f(t) + S_t. \quad (2)$$

5. Розрахунок абсолютних або відносних похибок для оцінки міри відповідності прогнозованих значень фактичним даним.

Модель з мультиплікативною компонентою – це модель, у якій часовий ряд подається як добуток трендової, сезонної, випадкової та циклічної компонент. Розрахунки – аналогічні як у попередній моделі, відмінність полягає в обчисленні сезонної компоненти.

Десезоналізований обсяг розраховують за формулою:

$$T_t = y_t / S_t. \quad (3)$$

Прогнозні значення обчислюють за формулою:

$$y_t^{np}(мульт.) = f(t) * S_t. \quad (4)$$

Для вибору кривої зростання у роботі застосували метод характеристик приросту, заснований на використанні окремих характерних властивостей кривих. Процедура вибору кривих з використанням цього методу включає вирівнювання ряду за допомогою ковзної середньої за трьома точками та визначення середніх приростів та похідних величин. У відповідності з характером змін середніх приростів та похідних показників вибирається вид кривої зростання. На етапі аналізу якості побудованої моделі часового ряду необхідно, щоб компонента випадкова складова задовольняла наступним вимогам: рівність нулю математичного сподівання; випадковість виникнення

окремих відхилень від тренда; відсутність автокореляції у відхиленні моделі; відповідність ряду залишків нормальному закону розподілення. Усі вимоги повинні виконуватися без винятку. Для розрахунків використовують критерій Стьюдента, Дарбіна-Уотсона, RS-критерій. Для оцінки адекватності отриманої регресії фактичним даним використано критерій Фішера [5].

З метою більш точного дослідження та прогнозування на основі трендових моделей роблять згладжування часових рядів: метод звичайного експоненціального згладжування, подвійного та потрійного згладжування Брауна [6].

На практиці з метою збільшення адекватності та точності потрібно використовувати моделі, які здатні враховувати коливання обох видів. Пропонуємо застосувати підхід прогнозування за моделлю Хольта-Вінтерса. Перевага даного методу – можливість прогнозування на більш довший період. Метод Хольта-Вінтерса використовується для прогнозування часових рядів, коли в структурі даних є тренд та сезонність.

Прогнозування за методом Хольта-Вінтерса має наступний вигляд:

1. Визначення експоненційно-згладженого ряду:

$$L_t = k*Y_t/S_{t-s}+(1-k)*(L_{t-1}+T_{t-1}), \quad (5)$$

де L_t – згладжена величина на поточний період;

k – коефіцієнт згладжування ряду (задається вручну в межах діапазону від 0 до 1);

S_{t-s} – коефіцієнт сезонності попереднього періоду;

Y_t – поточне значення ряду (наприклад, обсяг експорту);

L_{t-1} – згладжена величина за попередній період;

T_{t-1} – значення тренду за попередній період.

2. Визначення тренду:

$$T_t = b*(L_t - L_{t-1})+(1-b)*T_{t-1}, \quad (6)$$

де T_t – значення тренду на поточний період;

b – коефіцієнт згладжування тренду (задається вручну в межах діапазону від 0 до 1);

L_t – експоненційно згладжена величина за поточний період;

L_{t-1} – експоненційно згладжена величина за попередній період;

T_{t-1} – значення тренду за попередній період.

Значення тренду для першого періоду дорівнює 0 ($T1$ =0).

3. Оцінка сезонності:

$$S_t = q*Y_t/L_t+(1-q)*S_{t-s}, \quad (7)$$

де S_t – коефіцієнт сезонності для поточного періоду;

q – коефіцієнт згладжування сезонності;

Y_t – поточне значення ряду (наприклад, обсяг експорту);

L_t – згладжена величина за поточний період;

S_{t-s} – коефіцієнт сезонності за цей же період в попередньому сезоні;

4. Прогноз на p періодів уперед за методом Хольта-Вінтерса:

$$\hat{Y}_{t+p} = (L_t + p*T_t)*S_{t-s+p}, \quad (8)$$

де $\hat{Y}_{t+p}$ – прогноз по методу Хольта-Вінтерса на p періодов уперед;

L_t – експоненційно згладжена величина за останній период;

p – порядковий номер периода, на який робиться прогноз;

T_t – тренд за останній період;

S_{t-s+p} – коефіцієнт сезонності за цей же період в останньому сезоні.

Для подбору коефіцієнтів згладжування ряду, тренду та сезонності k, b та q, при яких прогноз буде максимально точним, необхідно послідовно перебрати всі значення k, b та q в діапазоні від 0 до 1 та знайти таке поєднання, при якому точність прогнозу буде максимально приближена до 100%.

Основні етапи розробки моделі прогнозу сезонних коливань в сфері ЗЕД:

1) визначити необхідну інформацію та цілі прогнозування;

2) визначити на графічному зображенні даних наявність тренду, сезонних коливань, структуру даних;

3) позбавитися за допомогою додаткової інформації від даних, які є нехарактерними для даного ряду, ймовірність повторення яких є незначною;

4) визначити характер тренду (без тренду, повністю лінійний, локально лінійний, інший), сезонних коливань (не існує, мультиплікативні, адитивні, інші) тощо;

5) обчислити модель;

6) перевірити модель на адекватність (при необхідності внести додаткові обмеження за допомогою експертів);

7) підрахувати прогнози (при необхідності внести поправки на експертні прогнози за допомогою лінійної комбінації значень).

Аналіз одержаних результатів. У дослідженні розглянуто дані обсягів експорту товару (тис.дол США) за 11 кварталів (33 місяці), на основі яких складено прогнозну модель на наступні два періоди за декількома методами, проведено порівняльний аналіз отриманих математичних моделей. Для моделювання можна скористатись як спеціальним програмним продуктом типу STATISTICA, так і пакетом «Аналіз даних» (MS Excel 2010).

Спочатку було перевірено гіпотезу про наявність тенденції досліджуваного процесу. Для цього використано метод рангової кореляції. Було обчислено коефіцієнт рангової кореляції за формулою:

$$r = 1 - \frac{4 * Q}{n * (n-1)}, \qquad (9)$$

де Q – число пар рівнів числового ряду, у яких $y_t > y_{t+1}$ ($i = 1,2,...n- t$) для всіх $t=1,2,...n-1$, n – число рівнів ряду. Обчислене значення r > 0 і наближається до 1, що говорить про наявність тренду. Дані мають сезонні коливання, тому для обчислення прогнозних значень ряду визначено спочатку характер сезонності, виділено та видалено сезонну складову з часового ряду. Для цього здійснені розрахунки оцінок сезонних компонент, скориговані сезонні компоненти [3]. Щоб позбутися циклічної складової, можна виконати згладжування заданого ряду динаміки і використати метод ковзної середньої за трьома послідовними його рівням.

Даний часовий ряд можна описати моделями з адитивним (табл.1) та мультиплікативним характерами сезонності (табл.2). Графічно прогноз обсягів ек-

спорту товару за моделями з адитивним та мультиплікативним характером сезонності показано на рис.1-2.

Таблиця 1

Розрахунок прогнозних значень за адитивною моделлю

Рік	Квартал	Обсяг експорту, y_t	Сезон. компонента, S_t	Десезон. обсяг, T_t	Період, t	Прогноз. знач., y_t^{np}	Абс. похибка прогнозу, y_t-y_t^{np}	Відносна похибка прогнозу, %
2014	3	20	-1,3	21,3	1	21,2	-1,2	6,0
	4	26	+2,4	23,6	2	27,3	-1,3	5,0
2015	1	31	+4,7	26,3	3	32,0	-1,0	3,2
	2	27	-5,8	32,8	4	23,9	+3,1	11,5
	3	32	-1,3	33,3	5	30,8	+1,2	3,8
	4	38	+2,4	35,6	6	36,9	+1,1	2,9
2016	1	43	+4,7	38,3	7	41,6	+1,4	3,3
	2	31	-5,8	36,8	8	33,5	-2,5	8,1
	3	40	-1,3	41,3	9	40,4	-0,4	1,0
2017	4	46	+2,4	43,6	10	46,4	-0,4	0,9
	1	51	+4,7	46,3	11	51,1	-0,1	0,2

Таблиця 2

Розрахунок прогнозних значень за мультиплікативною моделлю

Рік	Квартал	Обсяг експорту, y_t	Сезон. компонента, S_t	Десезон. обсяг, T_t	Період, t	Прогноз. знач., y_t^{np}	Абс. похибка прогнозу, y_t-y_t^{np}	Відносна похибка прогнозу, %
2014	3	20	0,9604	20,8	1	22,0	-2,0	10,0
	4	26	1,0649	24,4	2	26,8	-0,8	3,1
2015	1	31	1,1389	27,2	3	31,3	-0,3	1,0
	2	27	0,8358	32,3	4	24,9	+2,1	7,8
	3	32	0,9604	33,3	5	30,8	+1,8	3,8
	4	38	1,0649	35,7	6	36,7	+1,3	3,4
2016	1	43	1,1389	37,8	7	41,8	+1,2	2,8
	2	31	0,8358	37,1	8	32,6	-1,6	5,2
	3	40	0,9604	41,7	9	39,7	+0,3	0,7
2017	4	46	1,0649	43,2	10	46,4	-0,4	0,9
	1	51	1,1389	44,8	11	52,3	-1,3	2,5

За допомогою рівняння тренду $\hat{T} = 2,39 * t + 20,13$ знаходимо прогнозні значення ряду на наступні 2 періоди за адитивною компонентою: $Y_{2017\,(2)}^{np}$ = *43,1;* $Y_{2017(3)}^{np}$ = 49,9. Середня відносна похибка прогнозування дорівнює 4,2%. Прогнозні значення ряду на наступні 2 періоди за мультиплікативною компонентою дорівнюють: $Y_{2017\,(2)}^{np}$ = 40,3; $Y_{2017(1)}^{np}$ = 48,5. Середня відносна похибка прогнозування за мультиплікативною моделлю дорівнює 3,7%. Отже для нашого прикладу прогноз за мультиплікативною компонентою є більш точним, ніж прогноз за адитивною компонентою (3,7 % < 4,2 %).

Застосуємо підхід прогнозування за моделлю Хольта-Вінтерса. Маючи дані обсягів експорту за 33 місяці, вибрано коефіцієнти згладжування ряду, тренду та сезонності k=0,9, b=0,1 та q=0,1, при яких досягнуто значну точність прогнозу близько 70 %.

В багатьох пакетах інтелектуального аналізу даних таких, як SSAS, в алгоритмах прогнозування часових рядів автоматично враховуються сезонні коливання шляхом виміру сезонних співвідношень та включення їх у модель прогнозування.

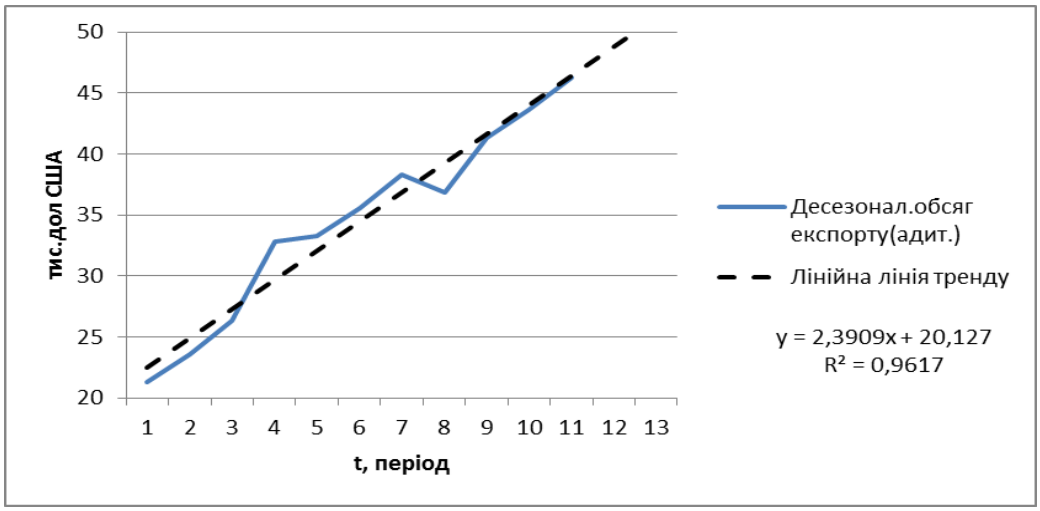


Рис. 1. Прогноз експорту товару за адитивною компонентою

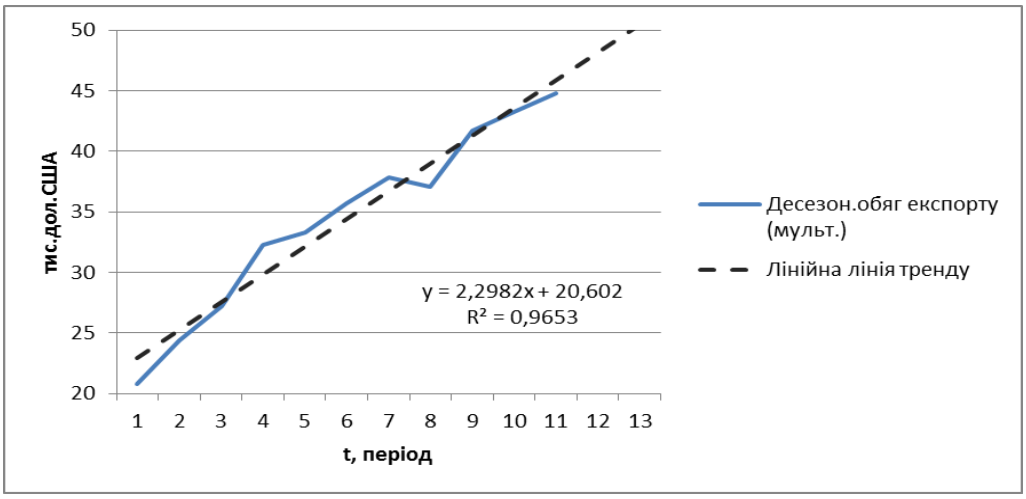


Рис. 2. Прогноз експорту товару за мультиплікативною компонентою

Висновки. У даній роботі досліджено використання окремих економіко-математичних методів для побудови прогнозної моделі в сфері ЗЕД, доведено її адекватність та визначено прогнозне значення показника на майбутні періоди. Можна зробити висновок, що при побудові математичної моделі необхідно врахувати дію чинників, що суттєво впливають на досліджуваний процес і піддаються кількісному виміру. Розглянутий у статті метод екстраполяції тренду на основі адитивної та мультиплікативної моделей дозволяє проаналізувати та дослідити інтенсивність сезонних коливань, спрогнозувати експорт (імпорт) окремих груп товарів та послуг, що мають сезонний характер. Побудована функція тренду є адекватною реальним умовам, що підтверджується значеннями обчислених похибок. Як бачимо, адитивні сезонні моделі здатні відображати відносно постійне сезонне коливання, а мультипліка-

тивні враховують коливання, що динамічно змінюються залежно від тренда. Однак, отримані розрахунки на основі запропонованих методів мають неточності, бо не враховують ризики, що певною мірою пов'язано з політичними чинниками, змінами в законодавстві, ускладненням чи поліпшенням зовнішньоекономічних відносин з країнами –партнерами України та іншими факторами. На практиці з метою збільшення адекватності та точності потрібно використовувати моделі, які здатні враховувати коливання обох видів, такі як модель Хольта-Уінтерса чи Бокса-Дженкінса. А також для поліпшення точності прогнозування варто застосовувати комбінації методів (експертний, статистичний, математичного моделювання тощо), що сприятиме зниженню ризиків і забезпечить упередження коливань на стадії їх виконання.

Крім того, в наступних дослідженнях експорту(імпорту) сезонних товарів доцільно звернути увагу на середньоквартальні курси валют, які виконують ту ж саму роль для зовнішньоторговельних операцій країни, що і загальновідомі індекси для фондових ринків Dow Jones, Nikkei тощо. Постійний аналіз цих індексів дозволяє впливати на курс національної валюти та визначати періоди зростання чи падіння активності торгівлі країни.

Бібліографічні посилання

1. **Вітлінський, В. В.** Економіко-математичне моделювання [Текст] / В.В. Вітлінський, С. І. Наконечний , О. Д. Шарапов. – К: КНЕУ, 2008. – 536 с.
2. **Петруня, Ю. Є.** Прийняття управлінських рішень [Текст] / Ю. Є. Петруня, Б. В. Літовченко, В. Б. Говоруха, О. К. Ткачова. – К. : ЦУЛ, 2011. – 216 с.
3. **Ткачова, О.К.** Аналіз та прогнозування ЗЕД на основі дослідження сезонних коливань [Текст] / О.К. Ткачова // Приазовський економічний вісник. – Запоріжжя, 2017. – №2. – С. 176-180.
4. **Геєць, В.М.** Моделі і методи соціально-економічного прогнозування [Текст] / В. М. Геєць, Т. С. Клебанова, О. І. Черняк, В. В. Іванов, Н. А. Дубровіна, А. В. Ставицький. – Харків: ВД «ІНЖЕК», 2005. – 396 с.
5. **Лугінін, О. Є.** Економетрія [Текст] / О.Є. Лугінін. – К.: Центр учбової літератури, 2008. – 278 с.
6. **Черняк, О.І.** Сучасні проблеми прогнозування розвитку складних соціально-економічних систем [Текст] / О.І.Черняк, П.В.Захарченко. – Бердянськ, 2014. – 457 с.

Надійшла до редколегії 20.04.2017