УДК 004.942

М.Е. Сердюк, В.Ю. Иванов
Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ СТАТИЧЕСКИХ РАСТРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НА ОСНОВЕ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ИХ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ КАРТ

Розглянуто адаптивний алгоритм просторової інтерполяції статичних растрових зображень, в основі якого лежить локальне відтворення ліній рівня з використанням дискретного диференційного оператора Собеля.

Рассмотрен адаптивный алгоритм пространственной интерполяции статических растровых изображений, в основе которого лежит локальное восстановление линий уровня с использованием дискретного дифференциального оператора Собеля.

An adaptive algorithm of space interpolation of still raster images is considered. The main point of this approach is a local restoration of the level lines with discrete differential operator of Sobel employment.

Ключевые слова: интерполяция цифровых изображений, каркас изображения, топографическая карта рисунка, оператор Собеля.

Вступление. Широкое использование компьютерной графики во многих областях, таких как медицина, техническая диагностика, мультимедийные и образовательные приложения и др., делает актуальными задачи обработки графической информации. Одной из основных операций в таких задачах является операция «zooming» или изменение пространственных размеров изображения. Обычно такие преобразования сопровождаются появлением визуальных артефактов и потерей качества в масштабируемом изображении. Кроме того, применение операции «zooming» в цифровых видеотехнологиях и видеосистемах выдвигает определенные требования и к скорости выполнения преобразований. Поэтому актуальной является разработка и усовершенствование алгоритмов интерполяции растровых изображений.

Сущность проблемы интерполяции состоит в отыскании яркости изображения в некоторых промежуточных точках между известными его элементами при осуществлении преобразований. Известные алгоритмы интерполяции можно разделить на два типа: адаптивные и неадаптивные. Неадаптивные методы всегда используют одинаковый алгоритм интерполирования по всему пространству, независимо от обрабатываемого изображения, т. е. все пиксели обрабатываются одинаково. Наиболее известными методами этого вида являются метод ближайшего соседа, билинейная, бикубическая интерполяция, интерполяция сплайнами, метод Ланцоша и другие. Для интерполяции в них используются группы смежных пикселей. В зависимости от требуемой точности и сложности они могут использовать от одного ближайшего до нескольких значений соседних пикселей. Неадаптивные алгоритмы интерполяции всегда сталкиваются с компромиссом между тремя дефектами: ступенчатостью, размытием изображения и появлением дублирующих контуров. Чем больше смежных пикселей такие алгоритмы используют, тем более точными могут оказаться результаты, но это достигается за счёт значительного прироста времени обработки.

Адаптивные методы учитывают характер восстанавливаемого изображения и корректируют способы интерполяции в зависимости от условий (резкие границы, гладкая текстура). Такая гибкость позволяет получить намного более четкие изображения с меньшим числом дефектов, чем это было бы возможно для неадаптивного метода. Но объем вычислений в этих алгоритмах существенно больше, и они требуют большего времени обработки.

В данной статье рассматривается адаптивный алгоритм интерполяции изображений, в основе которого лежит локальное восстановление линий уровня в окрестности каждого пикселя изображения, и предлагается модификация его с целью сокращения времени работы.

Постановка задачи. Известно, что в задачах интерполяции целесообразно рассматривать изображение как распределение (или функционал), определенное на широком классе тестовых функций, а цифровой рисунок – как результат действия соответствующего распределения на специальным образом подобранную совокупность тестовых функций [1]. Т. е. понятия «цифровое изображение» и «цифровой рисунок» несут различную смысловую нагрузку: какой-либо рисунок – это компактное подмножество выбранного векторного линейного пространства, а какое-либо изображение – линейный ограниченный функционал на множестве непрерывных функций с компактными прямоугольными носителями в R^2.

Пусть $\Delta = [0, W] \times [0, H]$ (W и H – положительные действительные числа такие, что W>>1, H>>1) – некоторое непустое множество в R^2. Пусть I – произвольное изображение, для которого supp$I$ =Δ. Отметим, что I может принимать действительные значения из диапазона [0, 1], если рассматривается изображение в шкале серых оттенков, или целые значения из ди-апазона [0, 255], если речь идет о кодировании интенсивности пикселей или их R, G, B – характеристик. Для определенности будем рассматривать изображение в шкале серых оттенков. Обозначим через Δ^{WH} дискретную сетку на Δ

$$\Delta^{WH} = \{(i, j) : i = 1,2,\ldots,N \le W,\ j = 1,2,\ldots,M \le H\}\ .$$

Тогда цифровой рисунок $P(I) = \{P_{ij}\}_{i=\overline{1,N}}^{j=\overline{1,M}}$ изображения I – это образ I на пиксельную сетку Δ^{WH}, т. е. $P(I)$ – это совокупность значений, которые принимает распределение I на соответствующей системе тестовых функций. Задача состоит в том, чтобы по значениям рисунка $P(I)$ на пиксельной сетке восстановить исходное изображение. В общем случае такая задача имеет множество решений. Восстанавливая каким-либо способом изображение по рисунку P, мы получим некоторый образ $\widetilde{I}$ исходного изображения I. Очевидно, что $\widetilde{P}(\widetilde{I}) = P(I)$, где $\widetilde{P}(\widetilde{I})$ – рисунок восстановленного изображения $\widetilde{I}$ на той же самой пиксельной сетке.

Целью данной работы является метод восстановления рисунка $P(I)$ (и, следовательно, соответствующего ему изображения $\widetilde{I}$) после изменения размеров исходного изображения по известным его значениям в точках пиксельной сетки, основанный на построении топографической карты рисунка и интерполяции вдоль полученных линий уровня. В связи с этим рассмотрим топографическое представление рисунка и некоторые его геометрические характеристики.

Топографическое представление рисунков. Пусть λ – значения, которые может принимать рисунок $P(I)$. Множеством λ -уровня рисунка $P(I)$ будем называть подмножество множества Δ вида:

$$\mathrm{X}_\lambda(P) = \{(x, y) \in \Delta : P(x, y) \ge \lambda\}\ ,$$

а его границу $\partial\mathrm{X}_\lambda(P) = \{(x, y) \in \Delta : P(x, y) = \lambda\}$ – линией уровня или топографической кривой. Топографическим представлением рисунка $P(I)$ на заданной системе пороговых величин $\{\lambda_k \in [0,1], k = 1,\ldots,K\}$, где $0 \le \lambda_1 < \ldots < \lambda_k < \lambda_{k+1} < \ldots < \lambda_K \le 1$, будем называть следующую совокупность множеств его λ -уровней

$$\{\mathrm{X}_{\lambda_k}(P)\ \forall k = 1,\ldots,K\}\ .$$

В основе такого определения лежат следующие рассуждения. Восстановление рисунка $P(I)$, а значит и соответствующего ему изображения $\widetilde{I}$ становится возможным, если при каждом значении $\lambda \in [0, 1]$ (речь идет об изображениях в шкале серых оттенков) известно множество соответствующего уровня. Действительно, в этом случае имеем следующее соотношение

$$P(x, y) = \sup\{\lambda \in [0,1] : (x, y) \in \mathrm{X}_\lambda(P)\}\ .$$

В соответствии с основным постулатом математической морфологии основная геометрическая информация о каком-либо рисунке содержится в совокупности его λ-уровней [3], или точнее, в совокупности связных компонент каждого из множеств $\mathrm{X}_\lambda(P)$. Границами $\partial\mathrm{X}_\lambda(P)$ таких множеств являются линии уровней, т. е. контурные кривые, инвариантные к изменению интенсивности изображения. В общем случае вопрос о величине периметра множеств уровня для произвольного рисунка остается открытым [2]. Более того, можно привести примеры изображений и соответству-ющих им рисунков, для которых множества уровней будут иметь периметры, стремящиеся к $+\infty$ при уплотнении пиксельной сетки. Однако известно, что для класса функций с ограниченной вариацией $f \in BV(\Delta)$ их множества уровней имеют конечный периметр, т. е. принадлежат к классу множеств Caccioppoli [5]. Поэтому допустимыми в задачах интерполяции будем считать изображения, порождающие функции которых являются функциями с ограниченной вариацией.

Описание метода интерполяции. Суть интерполяции состоит в вычислении значений цифрового рисунка в неизвестных пикселях, которые появляются в результате изменения его размеров. В [6] рассмотрен алгоритм, основанный на принципе каркасной интерполяции. Алгоритм имеет двухэтапную схему реализации. На первом этапе восстанавливается та часть топографической карты изображения, которая содержит все пиксели исходного рисунка. Результатом этого шага есть некоторое перфорированное множество, которое является подмножеством носителя исходного изображения Δ и представляет собой некоторое приближение его топографической карты. Такое множество называется каркасом изображения. Далее осуществляется восстановление порождающей функции изображения на построенном каркасе. Второй этап алгоритма предполагает восстановление порождающей функции в оставшихся пикселях, т. е. за пределами каркаса.

Построение каркаса в [6] осуществляется следующим образом. Для каждого пикселя строится цепочка из шести звеньев, в которой данный пиксель является центральным. Формирование такой цепочки осущест-вляется с помощью построения шеститочечных сплайнов минимальной кривизны [7] на системе пикселей, которые выбираются определенным образом среди ближайших к рассматриваемому пикселю, и сравнения значений сплайна со значением P в данном пикселе. Основной проблемой этого этапа является то, что построение каркаса изображения осуществляется методом целенаправленного перебора с большим количеством вычислений, что существенно влияет на скорость алгоритма. В связи с этим предлагается модифицировать этот этап на основе следующих рассуждений.

Пусть $u(x,y)$ – порождающая функция восстанавливаемого изображения, $(x, y) \in \Delta$. Тогда $u(x,y)$=const – линии уровня изображения в R^2. Пусть $u(i,j)$ – значение изображения в точке (i,j) пиксельной сетки Δ^{WH}. Рассмотрим градиент функции $u(x,y)$: $\nabla u = \left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y} \right)$. Как известно, градиент – это вектор, направление которого указывает направление скорейшего возрастания функции. Значит $\nabla u(i, j)$ – направление наибольшего изменения u в точке (i,j). Тогда поворот этого вектора на 90° дает вектор $\nabla^{\perp} u(i, j)$ наименьшего изменения u, т. е. направление линии уровня в окрестности данного пикселя. Используем этот факт для построения остова каркаса изображения.

Под остовом каркаса будем понимать связный граф на R^2, множеством вершин которого является дискретная сетка Δ^{WH}, а множество всех его ребер состоит из прямолинейных отрезков, концами которых являются пиксели, в которых значения функции изображения мало отличаются. Каркас изображения получается утолщением его остова. При этом допустимым является каркас, не содержащий ребер, которые пересекаются не в пикселе. Каркас представляет собой некоторое приближение топографической карты изображения и содержит те фрагменты линий уровня, которые проходят через точки пиксельной сетки.

Для вычисления дискретного градиента в точке (i,j) будем использовать оператор Собеля [4] – дискретный дифференциальный оператор, который хорошо зарекомендовал себя в алгоритмах выделения контуров изображения. Для вычисления дискретных производных функции яркости изображения применяются маски свертки вида

$$M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \; M_y = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix},$$

первая из которых учитывает изменение яркости изображения в горизонтальном направлении, вторая – в вертикальном. Дискретные частные производные определяются следующим образом

$$G_x = M_x * A, \; G_y = M_y * A,$$

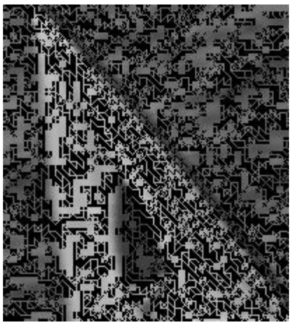
где $*$ означает двумерную операцию свертки, A – матрица значений яркос-ти изображения. Тогда направление градиента $\theta = arctg \frac{G_y}{G_x}$, его величина $G = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$, $\theta + 90^\circ$ – угол, определяющий направление линии уровня в данном пикселе.

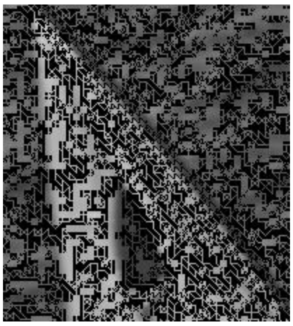
Предлагаемый алгоритм построения каркаса состоит в следующем. Сначала выделяем участки изображения с постоянным цветом, т. е. для каждого пикселя пытаемся построить цепочку из соседних пикселей такого же цвета. Если это удается, то два центральных звена цепочки добавляем к остову каркаса. Для остальных пикселей определяем направления линий уровня в их окрестностях на основе вычисления направления градиента и поворота его на 90°. Далее, для каждого пикселя строим цепь из шести звеньев, в которой данный пиксель является центральным, а значения цвета в остальных пикселях цепи мало отличаются от значения в центральном пикселе. Добавление новых пикселей в цепь осуществляется с учетом найденных направлений линий уровня в окрестностях крайних пикселей уже построенной части цепи. Таким образом, полученная цепь является некоторым приближением линии уровня, проходящей через рассматриваемый пиксель. Два центральных звена найденной цепи добавляем к остову каркаса. А сами цепи в дальнейшем будем использовать для построения шеститочечных сплайнов минимальной локальной кривизны и вычисления с их помощью значений изображения на каркасе. Далее, на полученном остове каркаса строим направленные окрестности каждого пикселя [6]. Объединение таких окрестностей всех пикселей образует каркас.

Следующим шагом является восстановление цвета на каркасе. В результирующем изображении для каждого нового пикселя, принадлежащего каркасу, цвет определяется с использованием сплайнов, построенных на пикселях исходного изображения, входящих в найденные ранее цепи. Завершающим этапом является реконструкция изображения за пределами каркаса. Подробнее см. [6].

Анализ результатов. Практическая реализация данного алгоритма показала, что предлагаемая модификация метода построения каркаса изображения позволила увеличить скорость обработки изображений в 1,5–2,5 раза при сохранении качества результирующего изображения. При этом следует отметить, что метод целенаправленного перебора [6] и предлага-емый метод с использованием градиентов функции изображения для нахождения линий уровня дают визуально идентичные результаты построения каркаса и интерполяции на нем. Это видно на рис.1, где приведены результаты построения каркаса двумя указанными методами при увеличении изображения в 5 раз.

а)





б) в)

Рис. 1. Пример увеличения изображения в 5 раз: а) исходное изображение; б) фрагмент каркаса, полученного методом перебора; в) фрагмент каркаса, построенного с использованием градиента функции изображения

Выводы. Рассмотренный подход, по своей сути, является адаптивной схемой интерполяции цифровых изображений. Характерной чертой такого подхода является следование основному постулату математической морфологии, в соответствии с которым основная геометрическая информация о каком-либо рисунке содержится в совокупности его множеств λ-уровней. Предлагаемый алгоритм осуществляет локальное восстановление линий уровня цифровых рисунков в окрестности каждого пикселя на основе вычисления в нем дискретного градиента. Практическая реализация данного подхода показала увеличение скорости обработки изображений при сохранении качества результирующих изображений.

Библиографические ссылки

1. **Barnsley M.F.** Fractal Image Compression / M.F. Barnsley, L.P. Hurd // Wellesley: AK Peters Ltd. – 1993.
2. **Casseles V.** Topographic maps and local contract changes in natural images / V. Casseles, B. Coll, J.M. Morel // Int. J. of Computer Vision. – 1999. – Vol. 33. – P.5-27.
3. **Serra J.** Image Analysis and Mathematical Morphology. – New York, 1982.
4. **Гонсалес Р.** Цифровая обработка изображений / Р. Гонсалес, Р. Вудс — М., 2005.
5. **Джусти Э.** Минимальные поверхности и функции ограниченной вариации: пер. с англ. / Э. Джусти. – М., 1989.
6. **Когут П.І.** Задачі каркасної інтерполяції статичних зображень / П.І. Когут, М.Є. Сердюк // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2007. – № 2(28). – С.153–157.
7. **Сердюк М.Є.** Про аналітичне конструювання інтерполяційного сплайну мінімальної локальної кривини та його застосування для каркасної інтерполяції цифрових зображень / М.Є. Сердюк // Питання прикладної математики і математичного моделювання: зб. наук. пр. – Д., 2010. – С. 252–259.

Надійшла до редколегії 29.03.2012