

О.М. Кісельова\*, В.О. Стросва \*\*

\*Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара

\*\*Дніпродзержинський державний технічний університет

**ОПТИМАЛЬНЕ РОЗМІЩЕННЯ БАЗОВИХ СТАНЦІЙ  
СУМІСНОГО ВИКОРИСТАННЯ (NETWORK SHARING)  
ДЕКІЛЬКОМА ОПЕРАТОРАМИ МОБІЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ**

Приведено результати застосування алгоритмів розв'язання неперервних нелінійних багатопродуктових задач оптимального розбиття множини до ряду прикладних задач оптимального розміщення базових станцій мережі мобільного зв'язку сумісного використання з одночасним розбиттям заданої області абонентів на зони обслуговування з метою мінімізації загальної вартості виробничих витрат та витрат на доставку трафіку до абонентів.

Приведены результаты применения алгоритмов решения непрерывных нелинейных многопродуктовых задач оптимального разбиения множества к ряду прикладных задач оптимального размещения базовых станций сети мобильной связи совместного использования с одновременным разбиением заданной области абонентов на зоны обслуживания с целью минимизации общей стоимости производственных расходов и расходов на доставку трафика к абонентам.

The results of application of algorithms of decision of continuous nonlinear multigrocery problems of optimal set partition to the row of the applied tasks of the optimum placing of the base stations of mobile communication of sharing network with the simultaneous set partition area of subscribers on the areas of service with the purpose of minimization of total worth of production charges and charges on delivery of traffic to the subscribers.

**Ключові слова:** оптимальне розбиття множин, багатопродуктова задача, базові станції, трафік, сумісне використання мережі.

**Вступ.** Основною складовою мобільного зв'язку є базові станції (БС), які представляють собою системний комплекс приймально-передавальної апаратури, що здійснює централізоване обслуговування групи кінцевих абонентських пристроїв. БС утворюють зони покриття, в яких абоненти можуть одержувати послуги від операторів мобільного зв'язку. До цих послуг входять *телефонні розмови, текстові повідомлення, MMS, локальні послуги, Інтернет* і т. ін.

У [1; 2] та в багатьох інших розглядаються задачі оптимального розміщення БС у деякій області абонентів, що користуються послугами деякого одного оператора мобільного зв'язку. В свою чергу, як відомо, так звані капітальні та операційні, або виробничі витрати на кожну БС є досить дорогими та складаються з устаткування майданчика, будівництва, радіо устаткування, експлуатації та обслуговування і т. ін. Разом з цим оператори використовують різні частотні діапазони, що дозволяє їм працювати не впливаючи один на одного, а самим дієвим інструментом скорочення виробничих витрат БС, що довів високу ефективність у багатьох країнах Євросоюзу, Азії, Австралії, Великій Британії та активно впроваджується у Росії, є бізнес-модель "Сумісне використання мереж" (Network sharing), яка визначає колективне володіння та експлуатацію єдиної інфраструктури мережі БС або її частин двома та більше операторами [3].

Отже, у вирішенні сучасних проблем ефективності капіталовкладень операторів, забезпеченні мережевого покриття за порівняно короткі терміни без зниження якості послуг, що надаються абоненту, та зменшенні числа антен мобільного зв'язку, яке сприятиме покращенню екологічного середовища, приведені далі постановки задач є досить актуальними.

Дослідження цієї роботи присвячене розгляду прикладних задач оптимального розміщення БС мережі мобільного зв'язку сумісного використання з одночасним розбиттям заданої області абонентів на зони обслуговування. Метою роботи є приведення результатів застосування алгоритмів, побудованих в [4; 5], до поставлених задач.

**Постановка задач.** У області обслуговування (абонентів)  $\Omega$  довільної форми, необхідно розмістити  $n$  базових станцій сумісного використання (Network sharing) трьома операторами мобільного зв'язку, з метою оптимізації загальної вартості виробничих витрат та витрат на доставку трафіку від БС до абонентів з урахуванням розподілу їх попиту на послуги операторів.

Трафік – це об'єм електронних даних, що передається по мобільній мережі. Базовою одиницею вимірювання трафіка є мегабайт.

Для побудови математичної моделі сформульованої вище задачі розглянемо мапу правобережної частини м. Дніпродзержинськ, введемо декартову систему координат з нулем у нижньому лівому куті (рис. 1).



**Рис. 1. Мапа місцевості, в якій необхідно розмістити БС систем мобільного зв'язку**

*Модельна задача 1.* Задано множину  $\Omega = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 14, 0 \leq y \leq 7\}$  абонентів мобільного зв'язку, які можуть користуватися послугами трьох операторів ( $j = 1, 3$ ), що сумісно використовують інфраструктуру п'яти БС ( $i = \overline{1, 5}$ ).

Вартість транспортування одиниці трафіка  $j$ -им оператором від  $i$ -тої БС до абонента з координатами  $(x, y)$  задається відповідно до виду оператора:

$$c^j(x, y, \tau_i) = \begin{cases} \sqrt{(x - \tau_i^{(1)})^2 + (y - \tau_i^{(2)})^2}, & \text{если } j = 1; \\ \max\{|\lambda_i^{(1)} - x|, |y - \tau_i^{(2)}|\}, & \text{если } j = 2; \\ |x - \tau_i^{(1)}| + |y - \tau_i^{(2)}|, & \text{если } j = 3. \end{cases}$$

$\tau_1, \dots, \tau_6$  – пункти можливого розміщення БС;  $\rho^j(x, y)$  – попит абонента  $(x, y)$  у пропускній спроможності  $j$ -го оператора ( $j = \overline{1, 3}$ ).

Передбачається, що прибуток оператора залежить від його витрат, які є сумою виробничих витрат (устаткування майданчика, будівництво, радіоустаткування, експлуатація і обслуговування) і витрат на доставку трафіку. Для кожної  $i$ -тої БС задана функція  $\varphi_i^j(Y_i^j)$ , що описує залежність вартості виробництва від її потужності  $Y_i^j$ , яка визначається за формулою

$$Y_i^j = \iint_{\Omega_i^j} \rho^j(x, y) dx dy,$$

і приведені капітальні витрати на реконструкцію  $i$ -тої БС з метою збільшення її потужності від існуючої до проектної  $Y_i^j$ .

Множину  $\Omega$  можна розбивати на зони обслуговування  $\Omega_i^j$  абонентів  $i$ -тою БС послугами  $j$ -того оператора, причому потужність  $i$ -тої БС, що сумісно використовується трьома операторами, визначається сумарною активністю абонентів, що належить  $\Omega_i^j$ ,  $j = \overline{1, 3}$ , і не повинна перевищувати заданих об'ємів:

$$0 \leq \sum_{j=1}^3 \iint_{\Omega_i^j} \rho^j(x, y) dx dy \leq b_i, \quad i = 1, 3, 4,$$

$$b_1 = 75, \quad b_3 = 150, \quad b_4 = 70,$$

а для БС з номерами  $i = 2, 5$  повинна дорівнювати заданим об'ємам:

$$\sum_{j=1}^3 \iint_{\Omega_i^j} \rho^j(x, y) dx dy = b_i, \quad i = 2, 5, \quad b_2 = 35, \quad b_5 = 20,$$

при чому виконуються умови розв'язності задачі:

$$S = \int_{\Omega} \sum_{j=1}^3 \rho^j(x) dx \leq \sum_{i=1}^5 b_i, \quad 0 \leq b_i \leq S, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \quad (1)$$

Не виключається, що деякі з підмножин  $\Omega_i^j$ ,  $i = \overline{1, 5}$ ,  $j = \overline{1, 3}$  виявляться порожніми.

Необхідно розбити множину абонентів  $\Omega$  на їх зони обслуговування  $\Omega_i^j$  п'ятьма БС системи мобільного зв'язку окремо по кожному з трьох операторів, так, щоб

$$\bigcup_{i=1}^5 \Omega_i^j = \Omega, \quad j = \overline{1, 3}, \quad \text{mes}(\Omega_i^j \cap \Omega_k^j) = 0, \quad i \neq k, \quad i, k = \overline{1, 5}, \quad j = \overline{1, 3},$$

з метою мінімізації функціоналу сумарних витрат операторів:

$$F(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_5^1; \Omega_1^2, \dots, \Omega_5^2; \Omega_1^3, \dots, \Omega_5^3\}) = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^5 \left[ \varphi_i^j \left( \int_{\Omega_i} \rho^j(x, y) dx \right) + \iint_{\Omega_i^j} c^j(x, y, \tau_i) \rho^j(x, y) dx dy \right].$$

Слід зазначити, що в різних точках області  $\Omega$  попит абонентів на послуги операторів буде різним. Це обумовлено тим, що існують площі зелених насаджень, водойми, крім того, враховуючи поверховість будинків, різні райони мають різну щільність населення, а також існуванням різних операторів мобільного зв'язку.

При розв'язанні задачі будемо розглядати наступні випадки:

1) попит вважаємо рівномірно розподіленим по всій області  $\Omega$ , якщо за кількісну характеристику попиту прийнято середню щільність населення за всіма районами правобережної частини міста Дніпродзержинська. У незаселених районах міста попит вважатимемо рівним досить маленькому значенню. Тоді попит абонентів на послуги операторів можна представити у вигляді наступної мапи, зображеної на рис. 2.

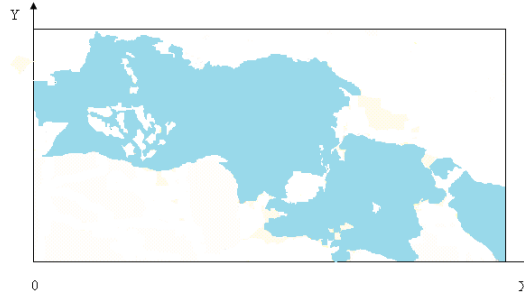


Рис. 2. Рівномірно розподілений попит в області  $\Omega$

2) Попит вважаємо нерівномірно розподіленим в області  $\Omega$ , якщо в кожному районі попит дорівнюватиме середній щільності населення з урахуванням промислових зон, а на незаселених районах міста вважатимемо рівним досить маленькому значенню. У цьому випадку мапа попиту може мати наступний вигляд (рис. 3).

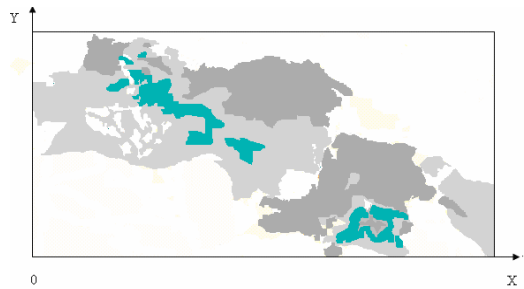


Рис. 3. Нерівномірно розподілений попит в області  $\Omega$

Множина  $\Omega$  покривалася сіткою з вузлами  $(i, j)$ ,  $i = 1, \dots, 150$ ,  $j = 1, \dots, 80$ .

В якості початкових значень двоїстих змінних задано  $\psi_i^{(0)} = 0$ , початкові координати розміщення БС:

$$\tau^0 = \begin{pmatrix} 3.2; 6.3; 8.4; 9.3; 13.5 \\ 5.2; 3.6; 6.1; 1.4; 2.1 \end{pmatrix}.$$

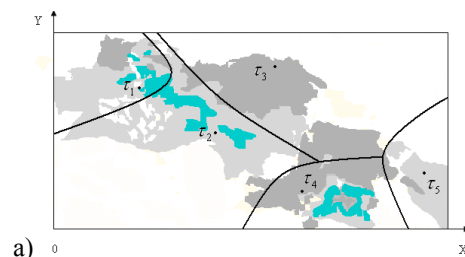
Умовою завершення обчислень є виконання нерівності

$$\| (Y^{(k)}, \psi^{(k)}) - (Y^{(k+1)}, \psi^{(k+1)}) \| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon = 10^{-4}.$$

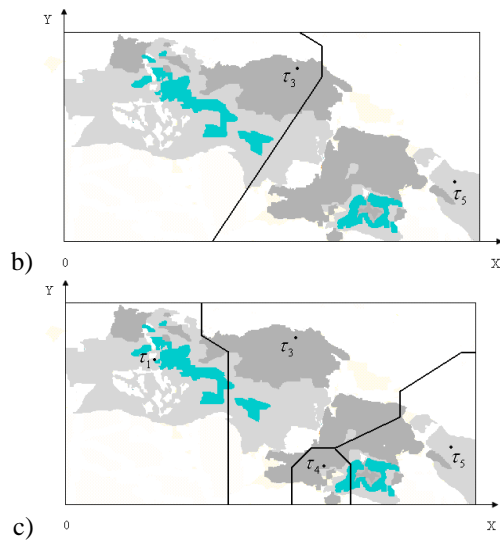
Попит на послуги операторів вважаємо розподіленим нерівномірно.

За 108 ітерацій отримано:

– оптимальне розбиття множини абонентів  $\Omega$  на зони обслуговування п'ятьма БС окремо по кожному з трьох операторів мобільного зв'язку представлено на рис. 4



а)



**Рис. 4. Оптимальне розбиття множини абонентів  $\Omega$  на зони обслуговування кожною з п'яти БС з фіксованими центрами трьома операторами мобільного зв'язку для модельної задачі 1:**

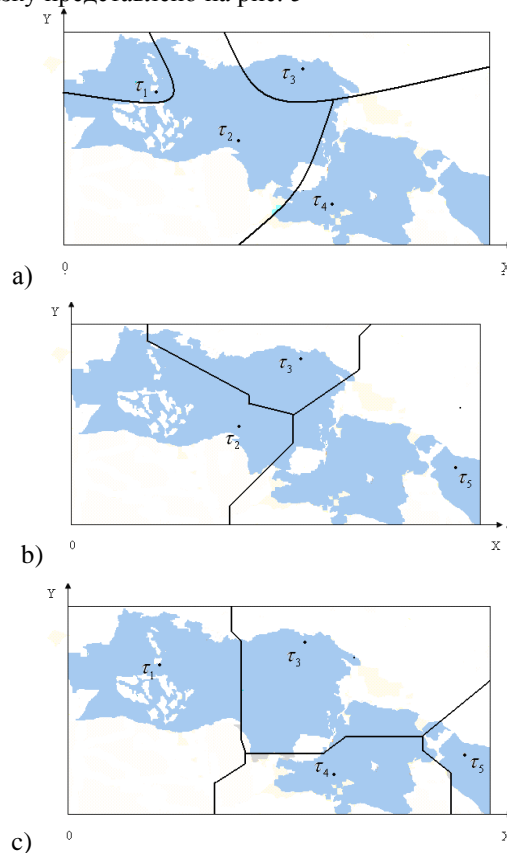
**а) для I-го оператора; б) для II-го оператора; в) для III-го оператора**

- максимальне значення функціонала двоїстої задачі  $G^* \approx 4861.11$ ;
- мінімальне значення функціонала прямої задачі  $F_* \approx 4849.08$ ;
- оптимальні потужності кожною з п'яти БС:

$$Y_1^* = 28.35; Y_2^* = 34.97; Y_3^* = 24.42; Y_4^* = 30.08; Y_5^* = 19.77.$$

*Модельна задача 2.* У постановці першої модельної задачі попит на послуги операторів задамо рівномірно розподіленим по всій області  $\Omega$ . За таких умов, після 50 ітерацій, отримано наступні результати:

- оптимальне розбиття множини абонентів  $\Omega$  на зони обслуговування п'ятьма БС окремо по кожному з трьох операторів мобільного зв'язку представлено на рис. 5



**Рис. 5. Оптимальне розбиття множини абонентів  $\Omega$  на зони обслуговування кожною з п'яти БС з фіксованими центрами трьома операторами мобільного зв'язку для модельної задачі 2:**

**а) для I-го оператора; б) для II-го оператора; в) для III-го оператора**

- максимальне значення функціонала двоїстої задачі  $G^* \approx 4455.84$ ;

- мінімальне значення функціонала прямої задачі  $F_* \approx 4439.16$ ;
- оптимальні потужності кожної з п'яти БС:  
 $Y_1^* = 26.02$ ;  $Y_2^* = 34.91$ ;  $Y_3^* = 22.48$ ;  $Y_4^* = 26.46$ ;  $Y_5^* = 19.98$ .

*Модельна задача 3.* У постановці модельної задачі 1 задамо умову розмістити БС. У цьому випадку цільовий функціонал сумарних витрат операторів набуває вигляду:

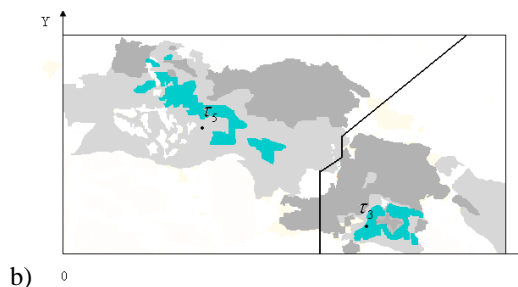
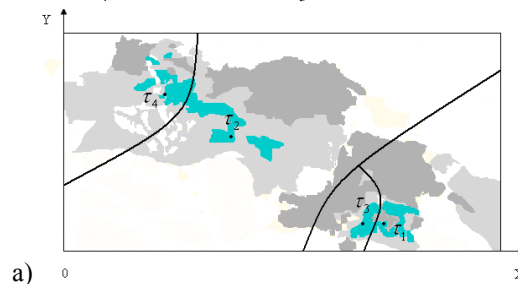
$$F(\{\Omega_1^1, \dots, \Omega_5^1; \Omega_1^2, \dots, \Omega_5^2; \Omega_1^3, \dots, \Omega_5^3\}, (\tau_1, \dots, \tau_5)) = \\ = \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^5 \left[ \varphi_i^j \left( \int_{\Omega_i^j} \rho^j(x, y) dx \right) + \iint_{\Omega_i^j} c^j(x, y, \tau_i) \rho^j(x, y) dx dy \right].$$

Якщо початкові координати розміщення БС  $\tau_i^{(0)} = (0; 0)$ ,  $i = \overline{1, 5}$ , то після 86 ітерації отримаємо наступні результати:

- максимальне значення функціонала двоїстої задачі  $G^* \approx 4715.03$ ;
- мінімальне значення функціонала прямої задачі  $F_* \approx 4724.81$ ;
- оптимальні потужності кожної з п'яти БС:  
 $Y_1^* = 28.11$ ;  $Y_2^* = 34.96$ ;  $Y_3^* = 25.58$ ;  $Y_4^* = 29.37$ ;  $Y_5^* = 19.96$ ;
- оптимальні координати розміщених БС:  
 $\tau_1^* = (10.4; 0.91)$ ,  $\tau_2^* = (5.44; 3.7)$ ,  $\tau_3^* = (9.65; 0.91)$ ,  
 $\tau_4^* = (3.25; 5.13)$ ,  $\tau_5^* = (4.34; 4.39)$ ;
- оптимальне розбиття множини абонентів  $\Omega$  на зони обслуговування п'ятьма БС окремо по кожному з трьох операторів мобільного зв'язку представлено на рис. 6.

*Модельна задача 4.* У постановці модельної задачі 3 попит на послуги операторів задамо рівномірно розподілим по всій області  $\Omega$ , тоді після 80 ітерації отримаємо наступні результати:

- максимальне значення функціонала двоїстої задачі  $G^* \approx 4326.32$ ;
- мінімальне значення функціонала прямої задачі  $F_* \approx 4304.48$ ;
- оптимальні потужності кожної з п'яти БС:  
 $Y_1^* = 25.80$ ;  $Y_2^* = 34.99$ ;  $Y_3^* = 22.94$ ;  $Y_4^* = 26.19$ ;  $Y_5^* = 19.95$ ;
- оптимальні координати розміщених БС:  
 $\tau_1^* = (7.2; 3.17)$ ,  $\tau_2^* = (7.95; 3.16)$ ,  $\tau_3^* = (11.62; 1.53)$ ,  
 $\tau_4^* = (2.94; 4.76)$ ,  $\tau_5^* = (3.58; 4.49)$ ;



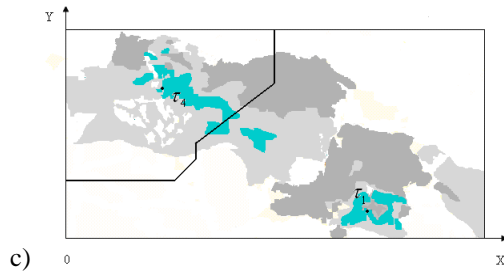


Рис. 6. Оптимальне розбиття множини абонентів  $\Omega$  на зони обслуговування кожною з п'яти БС з розміщенням їх центрів трьома операторами мобільного зв'язку для модельної задачі 3: а) для I-го оператора; б) для II-го оператора; в) для III-го оператора

– оптимальне розбиття множини абонентів  $\Omega$  на зони обслуговування п'ятьма БС окремо по кожному з трьох операторів мобільного зв'язку представлено на рис. 7.

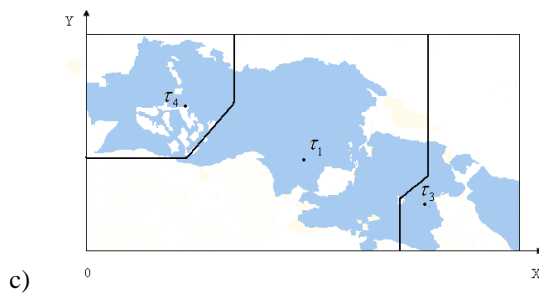
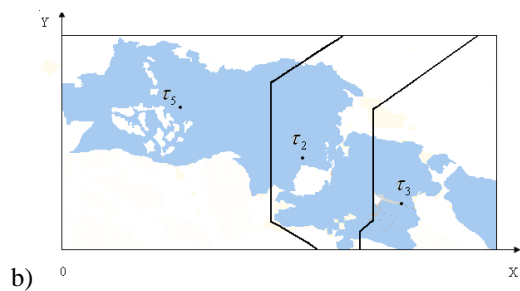
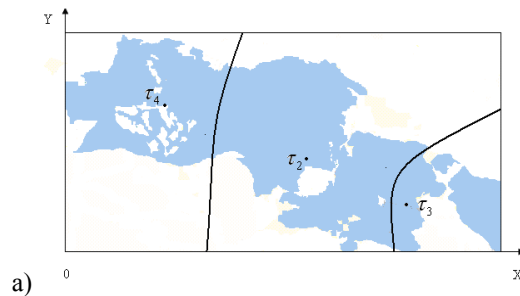


Рис. 7. Оптимальне розбиття множини абонентів  $\Omega$  на зони обслуговування кожною з п'яти БС з розміщенням їх центрів трьома операторами мобільного зв'язку для модельної задачі 4: а) для I-го оператора; б) для II-го оператора; в) для III-го оператора

Отже, за результатами розглянутих модельних задач 1-4 впливає наступне:

1. для кожної із задач виконуються умови розв'язності (1), тобто загальна оптимальна потужність п'яти БС, яка отримана за алгоритмами розв'язання (для задачі 1 це 137.59, для задачі 2 це 129.85, для задачі 3 це 137.98, а для задачі 4 це 129.87) не перевищує  $S = 350$  – суми заданих потужностей БС;
2. отримані оптимальні потужності 2-ї та 5-ї БС у кожній із задач від-повідають обмеженням у вигляді рівностей, тобто дорівнюють заданим значенням, а саме  $Y_2^* \approx 35$ ,  $Y_5^* \approx 20$ ;
3. кількість ітерацій у задачах з нерівномірним попитом на послуги операторів мобільного зв'язку (модельні задачі 1, 3) більша за кількість ітерацій, отриманих при розв'язанні відповідних задач з рівномірним попитом (модельні задачі 2, 4);

4. оптимальне значення функціоналів прямої та двоїстої задач з розміщеними підприємствами (модельні задачі 1, 2) більше за відповідні значення у випадку з умовою розміщення базових станцій (модельні задачі 3, 4).

Попит на послуги операторів мобільного зв'язку	Задачі з розміщеними БС			Задачі з розміщенням БС		
	кількість ітерацій	Оптимальні значення функціоналів		кількість ітерацій	Оптимальні значення функціоналів	
		прямого, $F_*$	двоїстого, $G^*$		прямого, $F_*$	двоїстого, $G^*$
Нерівномірний в області $\Omega$	модельна задача 1			модельна задача 3		
	108	4849,08	4861,12	86	4724,81	4715,03
Рівномірний в області $\Omega$	модельна задача 2			модельна задача 4		
	50	4439,16	4455,84	80	4304,85	4326,32

**Висновки.** Приведено результати оптимального розміщення базових станцій сумісного використання декількох операторами мобільного зв'язку, які надають послуги абонентам з певної області та її розподіл на зони обслуговування кожною базовою станцією для кожного з операторів залежно від попиту абонентів на їх послуги. За допомогою розробленого програмного продукту одержано графічну візуалізацію числових результатів. Проведено аналіз отриманих результатів.

#### Бібліографічні посилання

1. **Betroni H.L.** UNF Propagation Predict for Wireless Personal Communications / H.L. Betroni, W. Honcharenko, L.R. Maciel, X.L. Xia // Proceedings of IEEE – 1994. – Vol. 82, № 9.
2. **Маковеева М.М.** Системы связи с подвижными объектами / М.М.Маковеева, Ю.С. Шинаков // – М., 2002. – 440 с.
3. **Волкова Н.Б.** Бизнес-модель «совместное использование сетей» как элемент посткризисной стратегии операторов мобильной связи / Н.Б. Волкова // Вестник связи. – 2010. – № 7. – С. 15– 17, № 8. – С. 9– 15.
4. **Кисельова О.М.** Розв'язання нелінійних неперервних багатопродуктових задач оптимального розбиття множин з фіксованими центрами підмножин / О.М. Кисельова, В.О. Строева // Питання прикладної математики і математичного моделювання: збірник наукових праць. – Д., 2011. – С. 151-166.
5. **Киселёва Е.М.** Алгоритм решения нелинейной непрерывной многопродуктовой задачи оптимального разбиения множеств с размещением центров под-множеств / Е.М. Киселёва, В.А. Строева // Проблемы управления и информатики. – 2012. – № 1. – С. 40 – 53.

Надійшла до редколегії: 21.05.2012