

**Є.В. Косенко, А.Є. Шевельова**

*Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара*

## **ПРО ЕКСТРЕМАЛЬНУ ЗАДАЧУ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ВЛАСТИВОСТЕЙ СЕГНЕТОЕЛЕКТРИКІВ**

Розглянуто екстремальну задачу визначення фізичних параметрів сегнетоелектричних кристалів за характером зміни в часі струму перемикавання. Наведено алгоритм спільної ідентифікації таких невимірюваних параметрів, як міжфазний поверхневий натяг та кінетичний коефіцієнт. Сформульовано жорстку задачу Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь і знайдено її розв'язок однокроковим ітераційним методом Розенброка. Проведено числовий експеримент для конкретних сегнетоелектричних матеріалів.

**Ключові слова:** ідентифікація параметрів, задача мінімізації, метод покоординатного спуску, жорстка задача Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь, сегнетоелектричні кристали.

Рассмотрена экстремальная задача определения физических параметров сегнетоэлектрических кристаллов по характеру изменения во времени тока переключения. Приведен алгоритм совместной идентификации таких неизмеримых параметров, как межфазное поверхностное натяжение и кинетический коэффициент. Сформулирована жесткая задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений и найдено ее решение одношаговым итерационным методом Розенброка. Проведен численный эксперимент для конкретных сегнетоэлектрических материалов.

**Ключевые слова:** идентификация параметров, задача минимизации, метод покоординатного спуска, жесткая задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, сегнетоэлектрические кристаллы.

Ferroelectricity is a phenomenon exhibited by crystals with a spontaneous polarization and hysteresis effects associated with dielectric changes when an electric field is given. Ferroelectricity is a characteristic of certain materials that have a spontaneous electric polarization, which can be reversed by the application of an external electric field. The ferroelectric sensor is a simple device, which can measure and produce some form of the output of mechanical, electrical and optical product. Today, developmental sensors use computing, communications and connectivity to the web, mobile smart devices and integration clouds added to the sensor capabilities.

Dependence of the switching current of the polarization of the ferroelectric on time and the electric field, the law of conservation of the full dipole moment in the ferroelectric crystal make up a system of equations that define the dependence of the switching current on the time and the electric field.

The one-step implicit iterative Rosenbrock method for the solution of the Cauchy problem for stiff systems of ordinary differential equations is applied. It is based on the generalized Runge–Kutta schemes with up to four stages.

Coordinate descent is based on the idea that the minimization of a multivariable function can be achieved by minimizing it along one direction at a time, i.e., solving univariate optimization problems in a loop. Golden-section search is used for the function of a single variable.

**Keywords:** parameter identification problem, minimization problem, coordinate descent method, Cauchy problem for stiff system of ordinary differential equations, ferroelectric crystals.

**Вступ.** Сегнетоелектрики – це матеріали, що мають одночасно як характеристики діелектриків так і провідників. В них при відсутності зовнішнього електричного поля і за певного діапазону температур може виникати спонтанна поляризація (явище, яке пов'язане зі зміщенням в матеріалі зв'язаних електричних зарядів). Показово, що сегнетоелектрики можуть бути п'єзоелектриками і піроелектриками (матеріалами, в яких спонтанна поляризація проявляється незалежно від зовнішніх факторів) [1].

На сьогоднішній день сегнетоелектрики знайшли широке застосування в багатьох областях сучасної техніки – радіотехніці, акустиці, оптоелектроніці, піро- і п'єзотехніці як запам'ятовуючі динамічні і статичні пристрої обчислювальної техніки, сенсори акустичних і теплових хвиль (в тому числі піроприймачі), п'єзоелементи, модулятори лазерного випромінювання. Перспективи створення сегнетоелектричних матеріалів з прогнозованими фізичними властивостями, а також можливості використання модифікованих зовнішніми впливами сегнетоелектриків стимулюють дослідження ефектів в сегнетоелектричних кристалах.

Сегнетоелектричний кристал складається з доменів – областей спонтанної поляризації. Домен – просторова область, всередині якої певна фізична характеристика однакова, проте відрізняється від такої ж характеристики в сусідній області. Домени розділені між собою доменними стінками. Спонтанні поляризації всіх елементарних елементів одного домену спрямовані однаково, в той же час, поляризації, які відповідають різним доменам, орієнтовані в різних напрямках, тому сумарна величина макроскопічної поляризації кристала залишається рівною нулю.

Властивістю п'єзоелектриків є їхня здатність змінювати напрямок поляризації на протилежний, у результаті чого виникає струм перемикання [2-4]. Дослідження ефектів в сегнетоелектричних кристалах, що впливають на кінетику доменної структури і перемикання поляризації, представляє інтерес, як з точки зору фундаментальної науки, так і з точки зору практичних застосувань.

Струм перемикання поляризації сегнетоелектрика з віссю поляризації вздовж осі  $z$  з використанням теорії Колмогорова-Аврамі-Ішібіші [5, 6] обчислюється за формулою:

$$j(t) = - \frac{2P_{z10} \left( \frac{\xi_0}{\tau} - \frac{\xi(t)}{\tau} - \xi'(t) \right) (1 - Z(t))}{\left( \frac{P_{z2}}{P_{z10}} - 1 - \xi(t) \right)} \quad (1)$$

де  $\xi(t)$  – переполяризація в момент часу  $t$ ,  $Z(t)$  – функція, що показує частину заповнення об'єму п'єзоелектрика переполяризованими областями.

Фізичні сталі, які входять до формули (1) мають такий фізичний сенс:  $\xi_0$  – початкове значення переполяризації,  $P_{z2}$ ,  $P_{z10}$  – рівноважні значення поляризації,  $\tau$  – часовий параметр конкретного сегнетоелектрика.

Залежність струму перемикавання поляризації сегнетоелектрика від часу та електричного поля має вигляд [7]:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{\xi(t)} \frac{d}{dt} \left( \frac{j(t)}{\xi(t)} \right) \right] = - \frac{4\omega P_{z10}}{t_0^2} I(\xi(t)). \quad (2)$$

де  $I(\xi(t))$  – швидкість нуклеації доменів [1],  $t_0$  – характерний час росту зародка нового домена [7],  $\omega$  – об'єм однієї елементарної комірки сегнетоелектричного кристалу. Нуклеація (зародкоутворення) доменів – це стадія появи нового домену. У сегнетоелектриків із  $180^\circ$ -доменами вектори спонтанної поляризації направлені протилежно.

Для знаходження функції  $Z(t)$ , а відповідно й струму перемикавання  $j(t)$ , необхідно розв'язати таке диференціальне рівняння [8]:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{\xi(t)} \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{\xi(t)} \frac{dZ(t)}{dt} \right) \right] = \frac{2\omega}{t_0^2} I(\xi(t)), \quad (3)$$

Рівняння закону збереження повного дипольного моменту в сегнетоелектричному кристалі, який враховує, що зароджування нових доменів має місце тільки на вільних місцях, можна записати у вигляді

$$\frac{d\xi(t)}{dt} = \frac{\xi_0}{\tau} - \frac{\xi(t)}{\tau} - \frac{(P-1-\xi(t))}{1-Z(t)} \frac{dZ(t)}{dt}, \quad (4)$$

де  $P = P_{z2}/P_{z10}$ .

Залежність  $I(\xi(t))$  для випадку перемикавання в сегнетоелектриках із  $180^\circ$ -доменами має вигляд [7]

$$I(\xi(t)) = I_0 \sqrt{\xi(t)} \cdot \exp\left(-\frac{\alpha}{\xi(t)}\right), \quad (5)$$

де

$$I_0 = \frac{N_v \beta_0 \omega P_{z10} \sqrt{H}}{\sqrt{k_B T \chi \varepsilon_0}}, \quad \alpha = \frac{\pi H \sigma^2 \chi \varepsilon_0}{2k_B T P_{z10}^2}, \quad (6)$$

$N_v$  – число елементарних комірок в одиниці об'єму кристала,  $N_v \sim 1/\omega$ ,  $\beta_0$  – кінетичний коефіцієнт,  $H$  – висота домену циліндричної форми,  $k_B$  – стала Больцмана,  $T$  – температура середовища, в якому знаходиться сегнетоелектричний кристал,  $\chi$  – діелектрична сприйнятливність,  $\varepsilon_0$  – діелектрична проникність вакууму,  $\sigma$  – міжфазний поверхневий натяг.

У роботі [7] було показано, що струм перемикавання однозначно пов'язаний з такими параметрами, як міжфазний поверхневий натяг  $\sigma$  та кінетичний ко-

ефіцієнт  $\beta_0$ , що описують зміщення атомів з однієї підґратки сегнетоелектричного кристалу в іншу. Ці параметри не є безпосередньо вимірюваними.

Порівнюючи теоретичні залежності струму перемикавання з експериментальними даними, можна визначити константи  $I_0$  та  $\alpha$ , що входять у вираз для потоку зародків  $I(\xi(t))$ . Вже за цими величинами можна визначити ряд констант сегнетоелектриків ( $\sigma$ ,  $\beta_0$  та ін.).

**Постановка задачі ідентифікації параметрів.** Розв'язати задачу умовної мінімізації

$$f(\alpha, I_0) = \sum_{k=0}^n (j(t_k) - j_*(t_k))^2 \rightarrow \min, \alpha \in [\alpha^-, \alpha^+], I_0 \in [I_0^-, I_0^+], \quad (7)$$

де  $j_*(t_k)$  – вимірювані (відомі) значення струму перемикавання в моменти часу  $t_k$ ,  $k = \overline{1, n}$ , константи  $\alpha^-, \alpha^+, I_0^-, I_0^+$  задані.

Сформулюємо систему диференціальних рівнянь для знаходження функції  $j(t)$ .

Якщо підставити (1) в (2), одержимо

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{\xi(t)} \frac{d}{dt} \left( \frac{(\xi_0 / \tau - \xi(t) / \tau - \xi'(t))(1 - Z(t))}{(P - 1 - \xi(t))\xi(t)} \right) \right] = \frac{2\omega}{t_0^2} I(\xi(t)). \quad (8)$$

Початковими умовами для цього диференціального рівняння є умови рівності нулю струму перемикавання, його похідних за часом та переполаризації.

Перейдемо від диференціального рівняння третього порядку (8) до системи диференціальних рівнянь першого порядку.

Введемо функції  $y_0(t) = \xi(t)$ ,  $y_1(t) = Z(t)$ ,  $y_2(t) = \xi'(t)$ , тоді

$$\frac{dy_3(t)}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ \frac{1}{\xi(t)} \frac{d}{dt} \left( \frac{Z'(t)}{\xi(t)} \right) \right] = \frac{2\omega}{t_0^2} I(\xi(t)).$$

Позначимо

$$y_3(t) = \frac{1}{\xi(t)} \frac{d}{dt} \left( \frac{Z'(t)}{\xi(t)} \right),$$

тоді

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{Z'(t)}{\xi(t)} \right) = y_0(t) y_3(t),$$

і маємо таке друге диференціальне рівняння:

$$\frac{dy_2(t)}{dt} = y_0(t) y_3(t).$$

Позначимо

$$y_2(t) = \frac{Z'(t)}{\xi(t)} = \xi'(t), \text{ тоді } Z'(t) = y_0(t) y_2(t),$$

або

$$\frac{dy_1(t)}{dt} = y_0(t)y_2(t).$$

З формули (4), з урахуванням введених позначень, випливає:

$$\frac{dy_0(t)}{dt} = \frac{\xi_0}{\tau} - \frac{y_0(t)}{\tau} - \frac{(P-1-y_0(t))}{1-y_1(t)} y_0(t)y_2(t).$$

Отже, маємо задачу Коші для системи чотирьох звичайних диференціальних рівнянь для вектору стану  $Y(t) = \{y_0(t), y_1(t), y_2(t), y_3(t)\}$ :

$$\frac{d}{dt}Y(t) = \begin{cases} \frac{\xi_0}{\tau} - \frac{y_0(t)}{\tau} - \frac{(P-1-y_0(t))}{1-y_1(t)} y_0(t)y_2(t), \\ y_0(t)y_1(t), \\ y_0(t)y_3(t), \\ \frac{2\omega}{t_0^2} I_0 \sqrt{y_0(t)} \exp\left(\frac{-\alpha}{y_0(t)}\right). \end{cases}, \quad (9)$$

з початковими умовами:

$$y_0(0) = 10^{-10}, \quad y_1(0) = 0, \quad y_2(0) = 0, \quad y_3(0) = 0. \quad (10)$$

**Розв'язання жорсткої системи звичайних диференціальних рівнянь для визначення струму перемикачів.** Задача (9)-(10) є задачею Коші з жорсткою системою звичайних диференціальних рівнянь.

Жорсткою системою звичайних диференціальних рівнянь (ЗДУ) називається така система ЗДУ, чисельне розв'язання якої явними методами (наприклад, методами Рунге-Кутти або Адамса) є незадовільним через різке збільшення кількості обчислень (при малому кроці інтегрування) або через різке зростання похибки (так званого, вибуху похибки) при недостатньо малому кроці інтегрування [9]. Для жорстких систем характерно те, що для них неявні різницьві схеми дають кращий результат, ніж явні методи. Явище жорсткості полягає в тому, що розв'язок системи ЗДУ містить як повільну складову, яка суттєво змінюється в усій області значень часу, так і швидку складову, яка відрізняється від нуля тільки у малому діапазоні зростання часу від 0.

Для чисельного розв'язування жорстких систем звичайних диференціальних рівнянь можуть застосовуватися чисто неявні багатокрокові схеми, неявні методи Рунге-Кутти, однокрокові ітераційні методи Розенброка, явні різницьві схеми Федули, неявні методи Ракитського [10, 11].

Система ЗДУ (9) є автономною, тобто її права частина не містить змінну  $t$ .

Для розв'язання задачі (9)-(10) був застосований метод Розенброка, який базується на неявній схемі Рунге-Кутти 4-го порядку. Розрахункові формули методу такі:

$$Y_{i+1} = Y_i + \frac{13}{6} \mathbf{k}_1 + \frac{1}{6} \mathbf{k}_2 - 2\mathbf{k}_3 + \frac{2}{3} \mathbf{k}_4, \quad (11)$$

де

$$\begin{cases} \mathbf{k}_1 = h \cdot [E - h \cdot J]^{-1} \cdot F(Y_n); \\ \mathbf{k}_2 = h \cdot [E - h \cdot J]^{-1} \cdot F(Y_n - \mathbf{k}_1); \\ \mathbf{k}_3 = h \cdot [E - h \cdot J]^{-1} \cdot F\left(Y_n + \frac{1}{8}\mathbf{k}_1 + \frac{3}{8}\mathbf{k}_2\right); \\ \mathbf{k}_4 = h \cdot [E - h \cdot J]^{-1} \cdot F\left(Y_n + \frac{3}{8}\mathbf{k}_1 + \frac{19}{24}\mathbf{k}_2 - \frac{1}{6}\mathbf{k}_3\right); \end{cases} \quad (12)$$

$F(Y) = (f_1(Y), f_2(Y), f_3(Y), f_4(Y))$  – вектор правих частин (9)-(10),  $E$  – одинична матриця;  $J(Y_i) = \frac{\partial F(Y_i)}{\partial y_k}$  – матриця Якобі системи, яка обчислена при  $t = t_i$ .

Реалізовано автоматичний вибір кроку інтегрування  $h$ .

Застосування різницевої схеми (11)-(12) дає таблицю значень вектор-функції  $Y(t) = \{y_0(t), y_1(t), y_2(t), y_3(t)\}$  у вузлах  $t_k$ ,  $k = \overline{1, n}$ , за якими можна обчислити

$$j(t_k) = - \frac{2P_{z10}(\xi_0 / \tau - y_0(t_k) / \tau - y_2(t_k))(1 - y_1(t_k))}{(P - 1 - y_0(t_k))}.$$

**Розв'язання задачі мінімізації.** Задача мінімізації (7) розв'язувалась методом покоординатного спуску з використанням методу золотого перерізу [12].

Для обчислення кожного значення цільової функції потрібно розв'язувати задачу Коші (9)-(10). Обчислення ж похідних цільової функції є окремою задачею і може бути виконано тільки наближено. У таких випадках можуть бути корисні методи нульового порядку, тобто методи, які не потребують обчислення похідних. Одним з них є метод покоординатного спуску, в якому багатовимірний пошук замінюється послідовністю одновимірних пошуків з будь-якою стратегією мінімізації функції однієї змінної. За метод одновимірного пошуку було обрано метод золотого перерізу.

Нехай  $n = 2$ ,  $\lambda_1^- = \alpha^-$ ,  $\lambda_1^+ = \alpha^+$ ,  $\lambda_2^- = I_0^-$ ,  $\lambda_2^+ = I_0^+$ , де  $\alpha^-$ ,  $\alpha^+$ ,  $I_0^-$ ,  $I_0^+$  – границі шуканих змінних. Позначимо через  $\Omega = \{(\alpha, I_0) : \alpha^- \leq \alpha \leq \alpha^+, I_0^- \leq I_0 \leq I_0^+\}$ .

*Алгоритм розв'язання задачі.*

Початковий етап. Вибрати число  $\varepsilon > 0$  для зупинки алгоритму, початкову точку  $x^{(0)} = (\alpha^{(0)}, I_0^{(0)}) \in \Omega$ , покласти  $z_1 = x^{(0)}$ ,  $k = i = 1$  і перейти до основного етапу.

Основний етап.

Крок 1. Знайти кроковий множник  $\lambda_{(k-1)n+i-1}$  із розв'язання методом золотого перерізу задачі одновимірної мінімізації

$$f\left(x^{(k-1)n+i-1} + \lambda e_i\right) \rightarrow \min, \lambda \in E^1.$$

Покласти  $x^{(k-1)n+i} = x^{(k-1)n+i-1} + \lambda_{(k-1)n+i-1} e_i$ . Перевірити умову  $x^{(k-1)n+i} \in \Omega$ . При невиконанні цієї умови спроектувати точку  $x^{(k-1)n+i}$  на множину  $\Omega$ .

Якщо  $i < n$ , то замінити  $i$  на  $i + 1$  та повернутися до кроку 1, якщо  $i = n$ , то перейти до кроку 2.

Крок 2. Покласти  $z_{k+1} = x^{(kn)}$ . Якщо  $\|z_{k+1} - z_k\| < \varepsilon$ , то зупинитися. У протилежному випадку покласти  $k = k + 1$ ,  $i = 1$  та перейти до кроку 1.

**Чисельний експеримент та аналіз результатів.** Числові розрахунки проведені для ідентифікації параметрів сегнетоелектричних кристалів TGS (Тригліцинсульфат). Фізичні константи при розрахунках вибирались відповідно властивостям сегнетокристалів TGS, а саме  $\alpha^- = 0.15$ ,  $\alpha^+ = 0.3$ ,  $I_0^- = 8 \cdot 10^{30}$ ,  $I_0^+ = 12 \cdot 10^{30}$ ,  $\tau = 10^{-6}$ ,  $t \in [0, 10^{-5}]$ ,  $\xi_0 = 1.5 \cdot 10^6$ ,  $P = 1.5$ ,  $t_0 = 10^{-13}$ .

Розв'язання задачі ідентифікації починалось з початкової точки  $(\alpha^{(0)}, I_0^{(0)}) = (0.12, 9.7 \cdot 10^{30})$ . На рис. 1, 2 наведені графіки функцій  $y_0(t)$ ,  $y_1(t)$  та  $y_2(t)$ ,  $y_3(t)$ , відповідно, при таких значеннях параметрів  $\alpha$  та  $I_0$  (табл. 1).

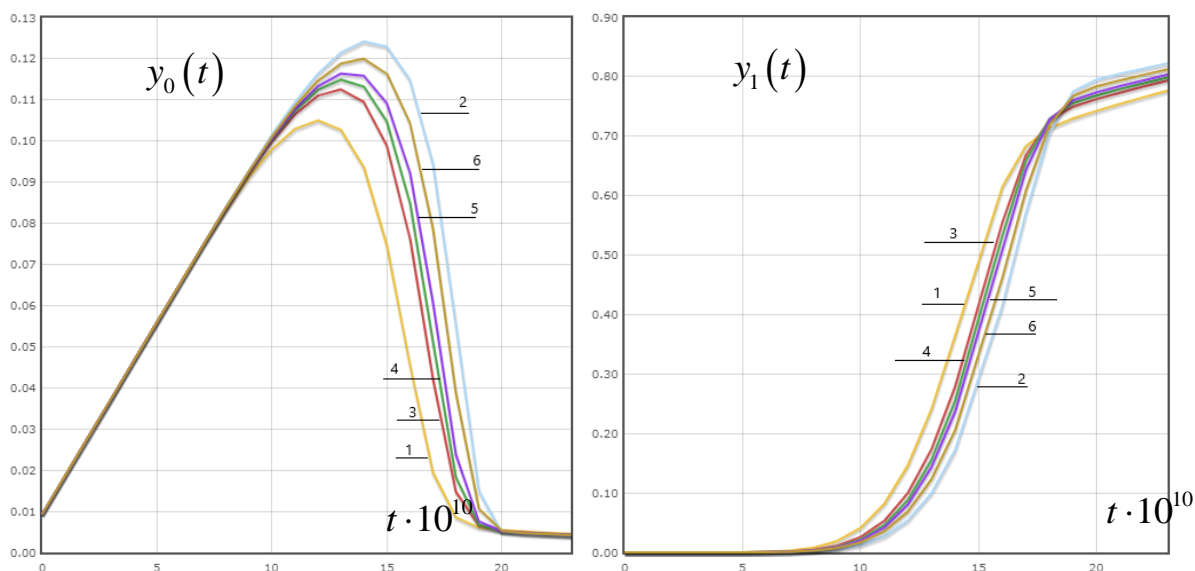
Таблиця 1

Номер кривої на графіку	$\alpha$	$I_0 / 10^{30}$
1	0.1764	9.7
2	0.252785	9.7
3	0.205579	9.7
4	0.220668	1.0472
5	0.220668	9.5277
6	0.220668	8.00384

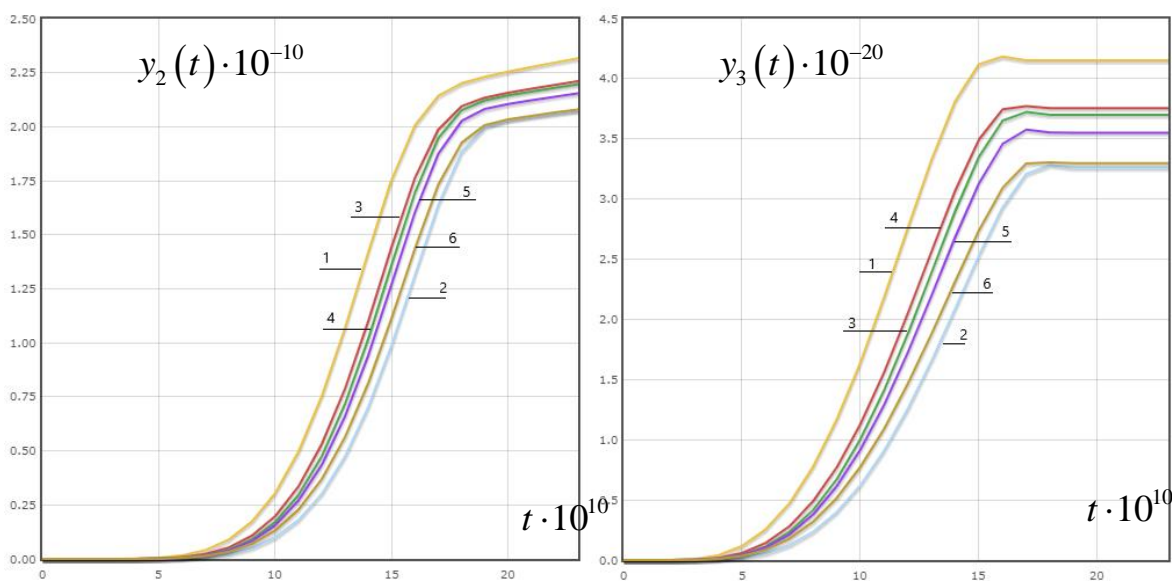
Криві 6 на рисунках відповідають оптимальним значенням  $(\bar{\alpha}, \bar{I}_0) = (0.220668, 8.00384)$ , для яких відхилення (8) експериментальних даних від теоретичних досягає мінімального значення.

Знаючи оцінки точних значень  $\alpha$  та  $I_0$  за формулами (6) можна знайти кінетичний коефіцієнт  $\beta_0$  і величину поверхневого натягу доменних стінок в сегнетоелектричних кристалах  $\sigma$ .

Зазначимо, що за такою методикою можуть бути визначені ці параметри не тільки для сегнетоелектриків із  $180^\circ$ -доменами, а й для багатовісних сегнетоелектриків [1].



**Рис. 1.** Графіки функцій  $y_0(t)$ ,  $y_1(t)$  при різних значеннях параметрів  $\alpha$  та  $I_0 / 10^{30}$



**Рис. 2.** Графіки функцій  $y_2(t)$ ,  $y_3(t)$  при різних значеннях параметрів  $\alpha$  та  $I_0 / 10^{30}$

**Висновки.** Було сформульовано постановку задачі ідентифікації невимірюваних параметрів сегнетоелектриків. Розв’язано жорстку систему звичайних диференціальних рівнянь із застосуванням однокрокового ітераційного методу Розенброка. Розроблено алгоритм та його програмну реалізацію, який дозволяє розв’язувати поставлені задачі ідентифікації параметрів сегнетоелектриків та реалізує методи пошуку мінімуму для задачі багатовимірної умовної оптимізації з використанням одновимірної оптимізації. Проведено числовий експеримент для конкретних сегнетоелектричних матеріалів.



### Бібліографічні посилання

1. **Струков Б. А.** Физические основы сегнетоэлектрических явлений в кристаллах [Текст] / Б. А. Струков, А. П. Леванюк. – М.: Наука, 1995. – 304 с.
2. **Wang C. L.** Switching characters of asymmetric ferroelectric films [Text] / C. L. Wang, L. Zhang, W. L. Zhong, P. L. Zhang // *Physics Letters A.* – 1999. – 254, Issue 5. – P. 297-300. – [https://doi.org/10.1016/S0375-9601\(99\)00129-2](https://doi.org/10.1016/S0375-9601(99)00129-2).
3. **Ishibashi Y.** Note on ferroelectric domain switching [Text] / Y. Ishibashi, Y. Takagi // *J. Phys. Soc. Jpn.* – 1970. – 31. – P. 506–510. – <https://doi.org/10.1143/JPSJ.31.506>.
4. **Ishibashi Y.** Superstructure in the ferroelectric phase of ammonium Rochelle salt [Text] / Y. Ishibashi, Y. Takagi // *J. Phys. Soc. Japan.* – 1971. – 31. – P. 506. <https://doi.org/10.1143/JPSJ.31.952>
5. **Кукушкин С. А.** Кинетика переключения в сегнетоэлектриках [Текст] / С. А. Кукушкин, А. В. Осипов // *Физика твердого тела.* – 2001. – 43. – С. 88-98.
6. **Захаров М. А.** Теория переключения многоосных сегнетоэлектриков (основные стадии) [Текст] / М. А. Захаров, С. А. Кукушкин, А. В. Осипов // *Физика твердого тела.* – 2005. – 47, Вып. 4. – С. 673-678.
7. **Kukushkin S. A.** Theory of the Switching in Ferroelectrics [Text] / S. A. Kukushkin, A. V. Osipov // *Ferroelectrics.* – 2002. – 280, № 1. – P. 3-33.
8. Проблемы механики деформируемых твердых тел и горных пород. Сборник статей к 75-летию Е. И. Шемякина [Текст] / Под. ред. Д. Д. Ивлева и Н. Ф. Морозова. – М.: Физматлит, 2006. – 864 с.
9. **Хайпер Э.** Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Жесткие и дифференциально-алгебраические задачи [Текст] / Э. Хайпер, Г. Ваннер – М.: Мир, 1999. – 685 с.
10. **Фельдман Л.П.** Чисельні методи в інформатиці [Текст] / Л. П. Фельдман, А. І. Петренко, О. А. Дмитрієва. – К.: Видавнича група ВНУ, 2006. – 480 с.
11. **Бігун Я. Й.** Числові методи: навч. посібник [Текст] / Я. Й. Бігун. – Чернівці: Чернівецька національна університетська бібліотека ім. Ю. Федьковича, 2019. – 436 с.
12. **Васильев Ф. П.** Численные методы решения экстремальных задач [Текст] / Ф. П. Васильев. – М.: Наука, 1988.–552 с.

*Надійшла до редколегії 22.10. 2019.*